

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Московский физико-технический
институт (национальный исследовательский университет)»

на правах рукописи

Доронин Илья Владимирович

**ФОРМИРОВАНИЕ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
МНОГОАТОМНЫМИ СИСТЕМАМИ**

Специальность 1.3.13 –

«Электрофизика, электрофизические установки»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

научный руководитель:
кандидат физико-математических наук,
А.А. Зябловский

Москва – 2021

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Обзор литературы	11
1.1 Когерентные свойства излучения	11
1.2 Исключительные точки	13
1.3 Сверхосцилляции	18
Глава 2. Поведение систем с активными средами под порогом генерации когерентного излучения	21
2.1 Введение	21
2.2 Модель	22
2.3 Предпорог в игрушечной модели лазера	28
2.4 Независимость лазерного предпорога от размера ящика	32
2.5 Лазерный предпорог в распределенной системе без резонатора	34
2.6 Лазерный предпорог в распределенной системе с резонатором	36
2.7 Рассмотрение экспериментального наблюдения лазерного предпорога	39
2.8 Выводы	42
Глава 3. Исследование когерентных свойств излучения активных сред с пренебрежимо малым отражением	44
3.1 Функция когерентности второго порядка для беззеркальных систем без предпорога ..	44
3.1.1 Введение	44
3.1.2 Излучение активной среды с пренебрежимо малым отражением	47
3.1.3 Лазерное излучение	50
3.1.4 Выводы	53
3.2 Функция когерентности второго порядка для беззеркальных систем с предпорогом ..	54
3.2.1 Введение	54
3.2.2 Численное моделирование	55
3.2.3 Механизм безрезонаторной когерентной генерации	56

3.2.4 Выводы	60
Глава 4. Универсальное условие когерентной генерации	61
4.1 Введение	61
4.2 Модель	62
4.3 Вывод условия когерентной генерации.....	63
4.4 Механизм когерентной генерации	67
4.5 Случай активной среды в свободном пространстве.....	68
4.6 Случай активной среды в резонаторе	70
4.7 Уменьшение порога генерации за счет безрезонаторных структур	71
4.8 Выводы	73
Глава 5. Лазер с сильной связью.....	74
5.1 Введение	74
5.2 Исключительные точки и осцилляции энергии в одномодовом лазере	76
5.3 Возбуждение осцилляций энергии периодической модуляцией накачки	79
5.4 Параметрическая неустойчивость в одномодовом лазере.....	82
5.5 Когерентные свойства лазера с сильной связью	83
5.6 Механизм увеличения когерентности в лазере с сильной связью	87
5.7 Выводы	88
Глава 6. Сверхосцилляции	90
6.1 Энергетика возбуждения сверхосцилляций, близких к гармоническим	90
6.1.1 Введение.....	90
6.1.2 Построение сверхосциллирующей функции	90
6.1.3 Алгоритм поиска сверхосциллирующей функции.....	91
6.1.4 Рост энергии при изменении параметров	92
6.1.5 Выводы	94
6.2 Инверсия двухуровневой системы за счет эффекта сверхосцилляций	95
6.2.1 Введение.....	95

6.2.2 Модель.....	95
6.2.3 Получение сверхосциллирующего цуга.....	97
6.2.4 Взаимодействие с гармоническим осциллятором.....	99
6.2.5 Выводы	101
Заключение.....	102
Список литературы	104

Введение

Актуальность темы

В последнее время оптические методы исследования становятся всё более изощренными и задействуют всё более сложные характеристики излучения. К таким характеристикам относится статистика распределения числа фотонов в пучке, которая описывается, в частности, автокорреляционной функцией второго порядка $g^{(2)}(\tau)$. Эта величина характеризует относительную величину флуктуаций интенсивности. Известно, что для теплового излучения черного тела $g^{(2)}(0) = 2$ (фотоны испускаются сгустками, bunching), для лазера $g^{(2)}(0) = 1$ (фотоны испускаются независимо), для однофотонного источника света $g^{(2)}(0) = 0$ [1] (фотоны испускаются по одному, antibunching).

Недавние успехи в развитии методов расчета и измерения корреляционной функции второго порядка привели к расширению числа приложений, где используются статистические свойства флуктуаций интенсивности света. К числу таких приложений относятся: улучшение разрешения и подавление шума в микроскопии [2, 3], двухфотонная интерферометрия [4, 5] и другие [5, 6].

Когерентность первого порядка, связана с флуктуациями частоты и характеризует ширину спектра излучения. Применение частотных фильтров [1] может понизить флуктуации частоты и изменить когерентность первого порядка света. Флуктуации интенсивности не могут быть подавлены столь простыми методами т.е. функция когерентности второго порядка является трудно управляемой характеристикой. Возможность управления функцией когерентности второго порядка излучения различных источников представляет большой интерес как с фундаментальной, так и с практической точек зрения.

В качестве мощных источников с управляемой функцией когерентности второго порядка излучения набирают популярность источники на основе однородных активных сред с пренебрежимо малым отражением на границе. Интерес к ним обусловлен тем, что экспериментально наблюдаются как системы с $g^{(2)}(0) = 2$ при любой накачке, так и системы, где $g^{(2)}(0)$ падает до 1 с ростом накачки. Однако применение таких систем затруднено отсутствием строгой теории, объясняющей эти результаты. В литературе существует несколько мнений с диаметрально противоположными выводами. С одной стороны, усилитель, каковым в отсутствие обратной связи является активная среда, не может поменять статистические свойства проходящего по нему излучения. В рассматриваемом случае роль «падающего» излучения выполняет спонтанное излучение активной среды, и можно ожидать, что $g^{(2)}(0)$

будет, как у черного тела, равно двойке. Напротив, в некоторых работах делается предположение, что при достаточно большой длине системы интенсивность излучения может быть столь большой, что она истощает инверсную населенность активной среды. Это истощение приводит к подавлению больших флуктуаций интенсивности, и $g^{(2)}(0)$, как мера флуктуаций, будет уменьшаться [7]. Таким образом, построение теории, объясняющей поведение когерентности второго порядка в системах с пренебрежимо малым отражением на границе, является актуальной задачей.

До недавнего времени лазеры были единственным источником оптического когерентного излучения. Однако, помимо получения когерентного света в лазерах есть и другие способы создания когерентного сигнала, например, за счет явления сверхосцилляций Ааронова-Берри [8, 9]. Сверхосцилляции -- это явление, при котором совокупность световых волн различных частот за счет интерференции образуют конечный во времени цуг, частота которого существенно выше максимальной частоты породивших его волн [8, 10].. Платой за повышение частоты при сверхосцилляциях является низкая интенсивность конечного сигнала по сравнению с интенсивностью источников [11]. Тем не менее, недавно была предложена схема микроскопа, основанная на этом эффекте и позволяющая получать сверхвысокое разрешение т.е. превзойти предел разрешения Релея [11]. Было также предложено использовать сверхосцилляции для увеличения разрешающей способности радаров [12]. Желательным свойством сверхосцилляций для практического применения является большая продолжительность цуга сверхосцилляций, а также высокое «качество» сигнала, т.е. близость сигнала к гармоническому в пределах сверхизлучающего цуга. В связи с этим, актуальной задачей является оценка энергетических затрат, необходимых для создания длительных сверхосциллирующих сигналов, близких к гармоническим.

Цели диссертационной работы

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование процессов формирования когерентного излучения, включая следующие направления:

1. Исследование функций когерентности первого и второго порядков излучения активных сред, имеющих пренебрежимо малое отражение на границах.
2. Исследование влияния исключительных точек в пространстве параметров распределенных систем с активными средами на когерентные свойства излучения этих систем.
3. Исследование влияния переменной во времени накачки на характеристики излучения лазера в режиме сильной связи.

4. Исследование возможности возбуждения квантовой точки с большой частотой перехода сверхосциллирующими ближними полями возбужденных квантовых точек, обладающих меньшей частотой перехода.

Научная новизна

1. Показано, что в активной среде явление затягивания световых мод наблюдается при накачках ниже пороговой. С ростом накачки это явление приводит к возникновению исключительной точки (exceptional point) в пространстве параметров среды и к образованию гибридной моды, которая является коллективным состоянием ЭМ поля и поляризации атомов.

2. Показано, что если в пространстве параметров системы нет особой точки, то не появляется гибридная мода, и $g^{(2)}(0)$ излучения системы при любых накачках равно двум.

3. Для режима постоянной накачки выведено условие формирования когерентности излучения, не связанное напрямую с наличием резонатора, и предсказывающее генерацию когерентного света в активных средах, имеющих пренебрежимо малое отражение на границах.

4. Показано, что возбужденные двухуровневые системы, имеющие различные частоты перехода, могут возбудить при помощи механизма Форстера двухуровневую систему с частотой перехода, превосходящей частоты возбужденных ДУС (upconversion). Для достижения этого необходимо подобрать начальные фазы низкочастотных ДУС, чтобы обеспечить сверхосцилляции ближних полей.

Достоверность результатов

Достоверность результатов, представленных в диссертации, подтверждается совпадением теоретических результатов с результатами численного моделирования, публикациями в ведущих мировых научных журналах и положительной реакцией научной общественности на эти статьи и доклады в рамках международных конференций.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты данной диссертационной работы связаны с широко обсуждаемыми научными проблемами, как фундаментального, так и прикладного характера. Так, в диссертации исследовано поведение многомодовых систем, содержащих активные среды, в режиме, когда взаимодействие каждой моды по отдельности с активной средой пренебрежимо мало и не может привести к лазированию. Показано, что в системах с резонатором и без при некоторой положительной накачке может формироваться выделенная мода ЭМ поля, локализованная на активной среде. Т.е взаимодействие света с атомами в такой моде оказывается выше, чем в

других. При дальнейшем увеличении накачки именно в этой моде начинается генерация когерентного излучения.

В диссертации также показано, что активная среда, даже в пустом пространстве, может генерировать когерентное излучение, когда мощность накачки превышает некоторое пороговое значение. Формально, при этом, порог генерации может оказаться в нефизической области (соответствующая инверсная населенность становится больше единицы). Однако в развиваемой теории пороговое значение оказывается обратно пропорционален плотности состояний в оптической структуре. Показано, что метод, которым достигнута эта плотность состояний (Фабри-Перо резонатор, плазменная частица и т.п.) не имеет существенного значения. Полученные результаты указывают на возможность создания безрезонаторных источников когерентного излучения с низким порогом генерации, например, активная среда, помещенная вблизи острого клина с высоким показателем преломления.

В диссертации предложен новый способ генерации когерентного излучения при отрицательной инверсии населенности активной среды. Данный способ основан на параметрической неустойчивости нанолазера в режиме сильной связи при периодическом изменении накачки [13-15]. Режим сильной связи – это режим, в котором характерное время взаимодействия между активной средой и модой ЭМ поля в лазере меньше характерных времен релаксации как в моде, так и в активной среде. Спектр получаемого при этом излучения представляет из себя два узких пика вблизи частоты перехода активных частиц. Существенно, что при периодическом изменении накачки инверсная населенность остается отрицательной в любой момент времени. С практической точки зрения возможность получения когерентного излучения в неинвертированной среде является привлекательной вследствие уменьшения требуемой мощности накачки по сравнению с классическими лазерными системами.

В последней главе диссертации предложен подход к созданию сверхосцилляций Ааронова-Берри, близких к гармоническим. Найдены значения мощности, необходимые для создания сверхосциллирующего цуга, близкого к гармоническому, с заданной длительностью. Развитие методов построения сверхосциллирующих функций открывает новые возможности для улучшения разрешения [11, 16].

Основные результаты и положения, выносимые на защиту

1. Взаимодействие электромагнитного поля с инвертированной активной средой приводит к появлению выделенной гибридной моды, которая локализована в активной среде.

2. Выше порога формирования локализованной моды может начаться генерация когерентного излучения даже в том случае, когда отражение от границ активной среды пренебрежимо мало. Обратная связь возникает из-за формирования гибридной моды, локализованной в активной среде.

3. Если локализованная мода не формируется, то $g^{(2)}(0)$ излучения системы равно 2 при любой накачке, при этом кривая генерации может иметь, как и в лазере, перегиб вследствие насыщения инверсии населенности активной среды.

4. В одномодовом лазере, в котором реализуется режим сильной связи света и активной среды, периодическая модуляция накачки может приводить к генерации когерентного излучения даже при отрицательной инверсии активной среды.

5. Для создания сверхосциллирующего поля, близкого к гармоническому, необходимы затраты энергии, экспоненциально растущие как с увеличением длины сверхосциллирующего интервала, так и с увеличением частоты сверхосциллирующего сигнала.

6. Полем низкочастотных двухуровневых систем возможно возбудить высокочастотную двухуровневую систему при условии, что фазовые соотношения между низкочастотными двухуровневыми системами обеспечивают сверхосцилляции ближнего поля.

Апробация результатов

Основные результаты работы докладывались на следующих международных и российских конференциях: 19-я, 20-я, 21-я ежегодные конференции ИТПЭ РАН, Москва, Россия, 2018, 2019, 2021; 59-я, 60-я, 61-я, 62-я, 63-я ежегодные конференции МФТИ, г. Долгопрудный, Россия, 2016-2020; 6-ая всероссийская научная школа-семинар «Взаимодействие сверхвысокочастотного, терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- и наноструктурами, метаматериалами и биообъектами», г. Саратов, Россия, 2019; International conference Days on Diffraction, St. Petersburg, 2018; Moscow International Symposium on Magnetism, Moscow, 2017.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 8 статей в ведущих рецензируемых научных журналах, включённых в список ВАК.

Личный вклад соискателя

Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены лично автором, либо при его непосредственном участии. Автор принимал непосредственное участие в выборе

объектов исследования, постановке задач, разработке теоретических подходов, численном моделировании и обсуждении полученных результатов.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы из 239 наименований. Общий объем 120 страниц, в том числе 44 рисунков и 0 таблиц.

Глава 1

Обзор литературы

1.1 Когерентные свойства излучения

Недавние успехи в областях микроскопии и квантовой криптографии повысили интерес к когерентным свойствам источников света. Основными характеристиками когерентности света на данный момент являются функции когерентности первого и второго порядков. Функция когерентности первого порядка характеризует корреляции амплитуды сигнала в разные моменты времени и определяется как

$$g^{(1)}(\tau) = \left\langle \hat{E}^\dagger(t+\tau)\hat{E}(t) \right\rangle_{st} / \left\langle \hat{E}^\dagger(t)\hat{E}(t) \right\rangle_{st} \quad (1.1)$$

где \hat{E} – оператор комплексной амплитуды электрического поля $\hat{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \vec{\epsilon}_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k}\mathbf{r}}$. При этом усреднение $\langle \dots \rangle_{st}$ ведется в стационарном состоянии, то есть для излучения, статистические свойства которого не зависят от времени [1]. Стоит отметить, что $g^{(1)}(0) = 1$ (следует напрямую из определения), а в пределе $\tau \rightarrow \infty$ $g^{(1)}(\tau) \rightarrow 0$ (т.е. амплитуды сигнала некоррелированы при большой разнице во времени). Схема установки, позволяющей измерить $g^{(1)}(\tau)$, изображена на рис. 1.1.

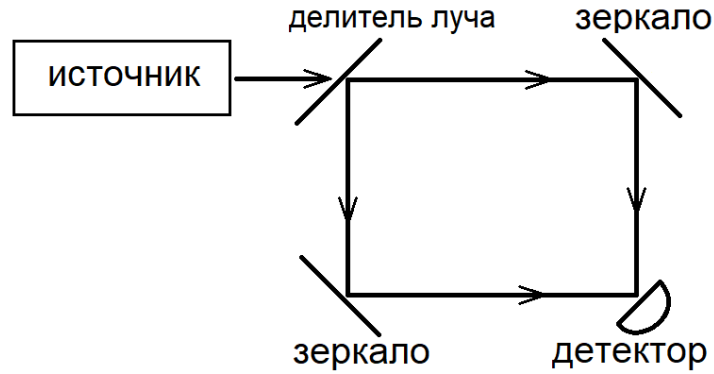


Рис. 1.1. Схема для измерения $g^{(1)}(\tau)$. Луч делится на два пучка, которые затем интерферируют друг с другом, и результат этой интерференции записывается детектором.

Наиболее важное с практической точки зрения свойство функции $g^{(1)}(\tau)$ выражается теоремой Винера-Хинчина [1], которая утверждает, что энергетический спектр излучения $S(\omega)$ однозначно выражается через временные корреляции амплитуды следующим образом:

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \left\langle \hat{E}^{\dagger}(t+\tau) \hat{E}(t) \right\rangle_{st} e^{i\omega\tau} d\tau \quad (1.2)$$

Для многих простейших систем функция когерентности первого порядка имеет вид $g^{(1)}(\tau) \sim \exp[(i\omega - \gamma)t]$, что соответствует спектру формы Лоренцевой линии с максимумом на частоте ω и полушириной на полувысоте, равной γ .

Функция когерентности первого порядка $g^{(1)}(\tau)$ дает хоть и существенную, но не исчерпывающую информацию об излучении. Например, она не дает никакой информации о корреляциях между испускаемыми фотонами. Для того, чтобы охарактеризовать эти корреляции, необходимо ввести функцию когерентности второго порядка:

$$g^{(2)}(\tau) = \left\langle \hat{E}^{\dagger}(t) \hat{E}^{\dagger}(t+\tau) \hat{E}(t+\tau) \hat{E}(t) \right\rangle_{st} / \left\langle \hat{E}^{\dagger}(t) \hat{E}(t) \right\rangle_{st}^2 \quad (1.3)$$

Поскольку оператор интенсивности выражается через операторы амплитуды поля как $\hat{I}(t) \sim \hat{E}^{\dagger}(t) \hat{E}(t)$, то выражение (1.3) можно представить в более наглядном виде $g^{(2)}(\tau) = \left\langle \hat{I}(t+\tau) \hat{I}(t) \right\rangle_{st} / \left\langle \hat{I}(t) \right\rangle_{st}^2$. Отсюда видно, что автокорреляционная функция второго порядка характеризует относительные флуктуации интенсивности излучения. Эксперименты по измерению функции когерентности второго порядка сводятся к измерению квадрата интенсивности сигнала либо при помощи схемы Брауна-Твисса [17, 18] (см. рис.1.2), либо при помощи нелинейных оптических явлений, таких как, например, двухфотонное поглощение [19, 20].

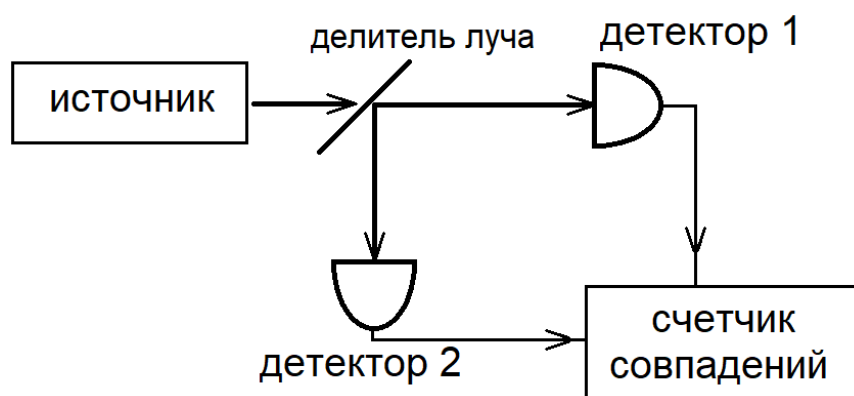


Рис. 1.2. Схема для измерения $g^{(2)}(\tau)$ при помощи схемы Брауна-Твисса [1]. Луч делится на два пучка, которые затем попадают каждый на свой детектор, затем сигналы детекторов отправляются на счетчик совпадений. Варьируя расстояние от делителя луча до одного из

детекторов, можно изменять время относительного запаздывания фотонов, и таким образом измерить $g^{(2)}(\tau)$ в различные моменты времени τ .

Функция когерентности второго порядка позволяет различать источники излучения по статистике их излучения. Так, для теплового излучения $g^{(2)}(0) = 2$ [21]. Это означает, что флуктуации интенсивности высоки, и фотоны имеют тенденцию испускаться большими скоплениями (так называемое суперпуассоновское распределение фотонов). Для лазерного излучения при накачках, существенно превосходящих пороговые, $g^{(2)}(0) = 1$ [21]. Это означает, что фотоны испускаются независимо друг от друга, и корреляции интенсивности отсутствуют (такое распределение фотонов называется пуассоновским). Наконец, для спонтанного излучения отдельных квантовых точек $g^{(2)}(0) = 0$ [22-24], т.е. фотоны испускаются по отдельности (так называемое субпуассоновское распределение фотонов). Стоит отметить, что ни интенсивность, ни $g^{(1)}(\tau)$ не позволяют достоверно отличать перечисленные выше типы источников друг от друга, поскольку и интенсивность, и ширина линии могут быть изменены при помощи фильтров таким образом, что у всех указанных источников эти характеристики станут идентичными.

Исследование функции когерентности второго порядка приобрело популярность в связи с развитием методов, позволяющих использовать особенности статистики фотонов для улучшения разрешения микроскопов. В частности, известны способы подавления шумов в изображении за счет использования однофотонных источников [2, 3], т.е. источников с $g^{(2)}(0) = 0$. Другим важным способом подавления шумов при получении изображения является двухфотонная интерферометрия [5, 6, 25-27] (ghost imaging), для которой необходим источник с как можно большим значением $g^{(2)}(0)$.

1.2 Исключительные точки

Исключительные точки (ИТ, от английского EP – exceptional point) – это точки в пространстве параметров системы, в которых два или более собственных значения и соответствующие им собственные векторы сливаются и становятся вырожденными. Такие своеобразные вырождения являются отличительными чертами неэрмитовых систем. Неэрмитовы системы вызвали большой интерес в последние годы, особенно в связи с понятием РТ-симметрии (parity-time), после того, как было обнаружено, что гамильтонианы,

удовлетворяющие этой специальной симметрии, могут иметь полностью действительные спектры. Концепции исключительных точек и РТ-симметричных систем вызвали особый интерес в фотонике, потому что оптическое усиление и потери можно контролировать с высокой точностью в наноразмерных структурах. Благодаря этому, наноразмерные структуры являются идеальной площадкой для исследования неэрмитовых и РТ-симметричных систем, а также систем с исключительными точками. В этом параграфе приведена история возникновения концепции ИТ, простейшие математические модели и возможные приложения систем с ИТ.

Эрмитовость – это свойство физических систем быть консервативными и симметричными относительно обращения времени. Эрмитовы операторы играют ключевую роль в теории линейных алгебраических и дифференциальных операторов [28-31], и, как известно, они обладают полным ортогональным базисом собственных векторов с действительными собственными значениями [28]. Благодаря этим важным свойствам, эрмитовость долгое время считалась одной из основ математических и физических моделей, в таких областях как квантовая механика и электромагнетизм. Однако эти модели основаны на идеализациях, таких как предположение о том, что рассматриваемая система является закрытой. На практике, неконсервативные эффекты возникают повсеместно, а следовательно, для корректного описания реальной физической системы гамильтониан должен быть неэрмитовым. Обычно неконсервативные явления учитываются как малые неэрмитовые возмущения в эрмитовой системе. Таким образом, общее поведение неэрмитовых систем в значительной степени схоже с их эрмитовыми аналогами. Однако недавние исследования показали, что в ряде случаев неэрмитовые явления нельзя рассматривать как малую поправку. Одним из таких случаев является появление сингулярностей, так называемых исключительных точек, в которых два или более собственных значения сливаются, а связанные с ними собственные векторы становятся вырожденными [32].

Термин «исключительная точка» был впервые введен при изучении малых возмущений линейных неэрмитовых операторов [33], описываемых общим классом матриц, параметризованных комплексной переменной $z = x + iy$, где x – действительная часть, i – мнимая единица и y – мнимая часть. Собственные значения $\lambda_n(z)$ и собственные векторы $|\psi_n(z)\rangle$ оператора H могут быть представлены как аналитические функции, за исключением некоторых точек с особенностями $z = z_{EP}$. В таких ИТ два собственных значения сливаются, и матрица H не может быть диагонализирована. На важность ИТ в физических системах указывалось в ранних работах [34, 35]. Ранние эксперименты с микроволновыми резонаторами

выявили своеобразную топологию поверхностей собственных значений вблизи ИТ [36, 37]. На появление спектральных особенностей указывалось также при анализе многомодовых лазерных резонаторов [38, 39].

Недавно возник интерес к этим спектральным вырождениям в особом семействе неэрмитовых гамильтонианов, так называемых системах с РТ-симметричным гамильтонианом, т.е. гамильтонианом, который коммутирует с оператором $\hat{P}\hat{T}$, то есть $[\hat{H}, \hat{P}\hat{T}] = 0$, где \hat{P} – оператор четности (оператор инверсии относительно центра симметрии), а \hat{T} – оператор времени (сводящийся к комплексному сопряжению). Было обнаружено, что РТ-симметричные гамильтонианы, несмотря на неэрмитовость, могут обладать полностью вещественным набором собственных значений [40]. С другой стороны, выяснилось, что коммутация с оператором РТ недостаточна для обеспечения вещественного спектра спектра, поскольку формально РТ-симметричные гамильтонианы могут претерпевать фазовый переход со спонтанным нарушением симметрии, в котором появляются комплексные собственные значения. Фазовый переход же происходит в результате параметрического изменения гамильтониана. Существенно, что пороговое значение параметра, при котором происходит нарушение симметрии, демонстрирует все свойства ИТ [40-43].

Хотя эти теоретические исследования зародились в области квантовой механики, оптика и фотоника оказались идеальной платформой для экспериментального наблюдения и практического применения богатой физики исключительных точек [44-47]. Из-за обилия неконсервативных процессов фотоника обеспечивает необходимые условия для реализации гамильтонианов с управляемой неэрмитовостью. Действительно, потери в оптике встречаются повсеместно из-за поглощения материалов, а также излучения во внешнюю среду. Кроме того, усиление может быть реализовано локально управляемым способом за счет стимулированного излучения активных сред. За счет комбинирования управляемых локальных потерь и усиления можно создавать огромное разнообразие систем с неэрмитовыми гамильтонианами и ИТ. Недавние теоретические разработки в области неэрмитовой физики открыли возможности для пересмотра фундаментальных концепций неконсервативных фотонных систем с усилением и потерями, таких как лазеры, сенсоры, поглотители и изоляторы. Подробные обзоры неэрмитовых и, в частности, РТ-симметричных систем в контексте оптики и фотоники можно найти в обзорных статьях [48-53].

Рассмотрим математические основы ИТ на примере простейшей двумерной модели. Предположим, что $a_{1,2}$ это амплитуды мод двух состояний, которые меняются во времени. Уравнения связанных мод в общем можно записать как

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \omega_1 - i\gamma_1 & \mu \\ \mu & \omega_2 - i\gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

где ω – резонансная частота двух связанных мод, μ – коэффициент связи, γ – скорость их распада. Этот конкретный вид системы представляет собой большой класс структур и устройств, имеющих большое значение в фотонике, такие как связанные резонаторы [54], связанные волноводы [55], связанные состояния поляризации при наличии малых возмущений в оптическом волноводе [56], встречные волны в брэгговских решетках [57], связанные оптических и механических моды в оптомеханическом резонаторе [58] и двухуровневые атомы в резонаторе [59].

В случае, например, связанных оптических резонаторов, $\omega_{1,2}$ в уравнении (1.4) представляют отдельные частоты каждого элемента, $\gamma_{1,2}$ описывают их коэффициенты усиления или потерь, а μ представляет собой константу взаимодействия. В предположении гармонических решений вида $(a_1, a_2) = (a_1, a_2)e^{-i\lambda t}$ собственные значения системы равны

$$\lambda_{1,2} = \omega_{av} - i\gamma_{av} \pm \sqrt{\mu^2 + (\omega_{diff} + i\gamma_{diff})^2} \quad (1.5)$$

где $\omega_{av} = (\omega_1 + \omega_2)/2$ и $\gamma_{av} = (\gamma_1 + \gamma_2)/2$, – средние значения резонансной частоты и декремента затухания, а $\omega_{diff} = (\omega_1 - \omega_2)/2$ и $\gamma_{diff} = (\gamma_1 - \gamma_2)/2$ – разности резонансных частот и декрементов затухания. Стоит подчеркнуть, что в ИТ собственные векторы, соответствующие сталкивающимся собственным значениям, оказываются линейно зависимыми [60]. Это заметно отличается от случайных вырождений, которые возникают при пересечении двух собственных значений с разными собственными векторами.

ИТ тесно связаны с явлением отталкивания уровней, которое первоначально исследовалось в контексте квантового хаоса [61]. В фотонике отталкивание уровней представляет большой интерес, поскольку оно связано с сильной связью и гибридизацией между состояниями, которая проявляется как отталкивание между близко расположенными собственными значениями при адиабатическом изменении параметра [62].

В контексте ИТ особенно актуальным классом неэрмитовых двухуровневых систем являются системы, удовлетворяющие РТ-симметрии. Как упоминалось выше, в контексте квантовой механики гамильтониан \hat{H} является РТ-симметричным, когда $[\hat{H}, \hat{P}\hat{T}] = 0$, где \hat{P} и \hat{T} соответственно представляют операторы четности и времени. В фотонике это соответствует случаю, когда потери в одной области уравниваются усилением в другой, симметричной, области [63]. Для двухуровневой системы уравнения (1.4), условия РТ-симметрии выполняются

для $\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega$ и $\gamma_1 = -\gamma_2 \equiv \gamma$. ИТ возникает при выполнении условия $\mu = \gamma$. Здесь исключительная точка отмечает начало перехода от чисто действительных собственных значений, связанных с колебательными решениями, к чисто мнимым собственным значениям, связанным с растущими или убывающими решениями. Этот переход часто называют спонтанным нарушением симметрии, поскольку собственные значения меняют свое поведение, несмотря на то, что оператор эволюции сохраняет свою симметрию. Поведение собственных значений РТ-симметричной системы показано на рис. 1.3. Видно, что при $\mu = \gamma$ наблюдается бифуркация, связанная со спонтанным нарушением симметрии в исключительной точке.

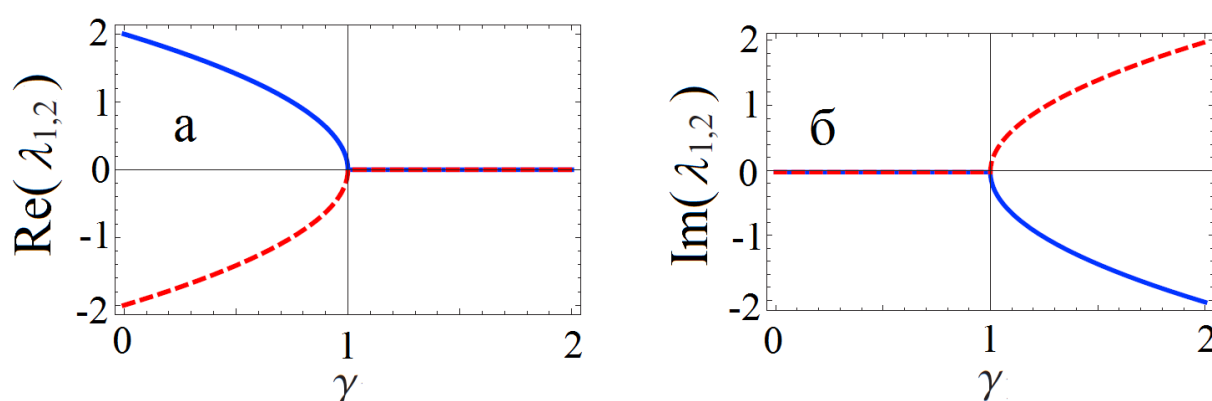


Рис. 1.3. Поведение действительной (а) и мнимой (б) частей собственных значений $\lambda_{1,2}$ системы (1.4); $\mu = 1$.

Таким образом, ИТ наблюдаются у систем, где задействовано взаимодействие между различными модами при наличии диссипации и/или усиления. Особенности ИТ, связанные с их необычной зависимостью от параметров в спектре собственных значений, открывают новые возможности для широкого круга приложений. Наиболее важным свойством систем с ИТ является сильная зависимость спектра при изменении параметров вблизи ИТ. В качестве актуального примера можно привести управление дисперсией мод одного резонатора в системе из нескольких связанных резонаторов. Это использовалось для создания аномальной дисперсии, которая имеет большое значение при, например, четырехволновом смещении [64–66]. Однако полный потенциал связанных волноводов или устройств резонатора для манипуляции дисперсией все еще в значительной степени не исследован. Подобным же образом устройства со связанными резонаторами открывают возможности для разработки новых полупроводниковых лазеров с более хорошими когерентными характеристиками. В частности, ключевые требования к лазерным источникам, такие как стабильный и узкий спектр,

а также возможность перестройки частоты, могут быть достигнуты за счет использования определенной геометрии связанных резонаторов [67, 68].

1.3 Сверхосцилляции

Явление сверхосцилляций – математический эффект, в рамках которого на некотором конечном интервале времени сумма функций с ограниченным спектром осциллирует на частоте, превышающей максимальную частоту спектра этих функций. Впервые этот термин ввёл Берри в [69] в связи с обнаруженными ранее свойствами т.н. слабого значения оператора принимать сколь угодно большие значения, в том числе, выходящие за пределы спектра оператора [9, 70].

Одним из наиболее распространённых примеров сверхосциллирующих функций приведён в статье [71]. Рассмотрим функцию $f(x) = (1 + i n \sin(x/N))^N$, где N — натуральное число, i — мнимая единица, $n > 1$. Легко видеть, что функция представима в виде $f(x) = \sum_{j=-N}^N a_j \exp(i x j / N)$, где a_j — некоторые комплекснозначные коэффициенты. Очевидно, что спектр этой функции ограничен, наибольшая частота спектра равна 1. Однако для любого фиксированного x в пределе $N \rightarrow \infty$ получаем (с учётом первого и второго замечательных пределов) $\lim (1 + i n \sin(x/N))^N = \exp(i n x)$. Более того, можно показать, что $\forall B > 0, \forall n > 1$ $f(x)$ сходится к $\exp(i n x)$ равномерно по x на интервале $[-B; B]$. Иными словами, функция с ограниченным спектром может сколь угодно хорошо аппроксимировать гармонику со сколь угодно большой частотой на произвольном заранее заданном интервале, такая аппроксимация достигается увеличением числа N .

Явление получило применение в различных областях физики. Одним из возможных приложений является преодоление классического дифракционного предела в радарах, то есть сверхнаправленность. Хотя теория получения сверхнаправленности существовала задолго до появления понятия сверхосцилляций [72], концепция была пересмотрена с позиции сверхосцилляций [73-75]. Так, в работах [74, 75] в рамках численного моделирования продемонстрирована возможность улучшения характеристик радара при использовании сверхосциллирующего сигнала. Сигнал состоит из n гармоник: $f(t) = \sum_{l=0}^{n-1} a_l \exp(-i \omega_l t)$, где $a_l, l = 0, \dots, n-1$ — комплексные амплитуды базисных гармоник, ω_l — циклическая частота l -ой гармоники, $\omega_l \leq \omega_{\max}, l = 0, \dots, n-1$. Амплитуды гармоник были подобраны так, чтобы $f(t)$ содержала узкий пичок, см. Рис. 1.4. Ширина пичка на уровне 3 дБ (выделен серым на Рис.1.4)

на 36% меньше, чем ширина максимума сигнала $\sin(\omega_{\max} t) / \omega_{\max} t$ на уровне 3 дБ. Показано, что сигнал такой формы может быть использован в радаре для более точного определения дистанции до цели.

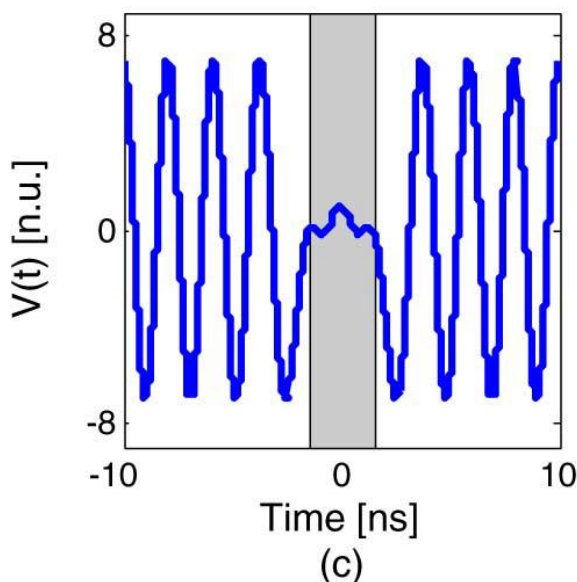


Рис. 1.4. Форма сверхосциллирующего сигнала, обеспечивающего улучшенное разрешение радара. Материал взят из статьи [74].

Ещё одним возможным приложением является преодоление классического дифракционного предела. Первые предпосылки к этому появились задолго до появления концепции сверхосцилляций. Так, ещё в 1952 году в работе [76] было предложено обобщение задачи сверхнаправленности на фокусировку света. Однако идея применения сверхосцилляций к этой задаче была впервые высказана в работе [71], в дальнейшем идея была развита в работах [77-81]. Обзор достижений в этой области (по состоянию на 2013 год), в том числе экспериментальных, представлен в работе [82].

Кроме того, в области квантовой физики, как предполагается, возможны различные эффекты, обусловленные сверхосциллирующими свойствами волновой функции. В первую очередь, это уже упомянутые выше свойства слабых измерений операторов [9, 70]. К предполагаемым эффектам относится приобретение частицей дополнительного импульса при прохождении через щель [83]. В работе рассматривается волновая функция частицы, имеющая вид $\psi(y, z) \times \sum_{n=1}^m a_n \exp(ip_n x / \hbar)$ (Ox - ось, лежащая в плоскости экрана и перпендикулярная щели, ось z направлена перпендикулярно экрану). Если $\sum_{n=1}^m a_n \exp(ip_n x / \hbar)$ сверхосциллирует в окрестности щели (то есть её эффективный импульс больше $p_n, \forall n$), то предполагается, что

после прохождения через щель частица должна приобрести дополнительный импульс. В статье [84] рассматривается возможность единовременной передачи частице большого импульса со стороны поля, содержащего только низкоэнергетические кванты (соответственно и импульс, передаваемый одним квантом, тоже мал). Более поздние работы в области квантовой физики исследуют динамику сверхосциллирующих волновых функций с различным гамильтонианом.

Характерной особенностью сверхосциллирующих функций, которая препятствует практическому применению явления, являются огромные амплитуды функции за пределами интервала сверхосцилляций. Поэтому большое внимание в литературе уделяется получению сверхосцилляций, обладающих наименьшими амплитудами вне сверхосциллирующей области. При этом единого подхода к оптимизации амплитуды сверхосциллирующих функций не существуют. Это связано с тем, что в различных областях применения на сверхосциллирующие функции накладываются разные ограничения. Например, в работах [85, 86] сверхосциллирующая волновая функция должна иметь наибольшую амплитуду сверхосцилляций при фиксированной $L_2(\mathbb{R})$ норме. С другой стороны, в некоторых задачах сверхосциллирующая функция ненормируема, как например в [73-75]. Поэтому вопрос остаётся открытым.

Глава 2

Поведение систем с активными средами под порогом генерации когерентного излучения

2.1 Введение

Неэрмитовые системы обладают рядом интересных свойств [87-93], наиболее примечательным из которых является наличие исключительной точки (или ИТ, от английского - *exceptional points*) в пространстве параметров [94, 95]. А именно, в ИТ два или более собственных состояния системы становятся линейно зависимыми, а их собственные частоты сталкиваются [94, 95]. При пересечении ИТ свойства системы меняются. Вблизи ИТ происходит трансформация состояний, которая является проявлением эффекта резонансного захвата [96-100] (также см. [101]). Когда расстояние между двумя собственными состояниями становится меньше их ширины линии, собственные состояния системы разделяются на два типа. При увеличении параметра, характеризующего неэрмитовость системы, времена жизни первого типа собственных состояний увеличиваются, а времена жизни второго типа собственных состояний уменьшаются [98, 101].

Системы с ИТ нашли множество приложений. Например, они используются для улучшения чувствительности лазерных гироскопов [102] и сенсоров [103-106], для селекции мод в многомодовых лазерах [107, 108], и для достижения лазерной генерации без инверсии [109]. Наиболее известными среди систем с ИТ являются т.н. лазеры с РТ-симметрией [107, 108, 110-116] (*parity-time symmetry*), то достигается за счет компенсации усиливающей и поглощающей областей. В этих лазерах возникновение ИТ связано с нарушением РТ-симметрии собственных мод [117]. Это проявляется в существенной перестройке электромагнитных (ЭМ) полей в собственных модах. Некоторые собственные моды преимущественно локализуются в усиливающей среде, тогда как другие в основном локализуются в поглощающей среде. В результате первые собственные моды имеют большее время жизни, чем вторые. Преобразование мод в ИТ может приводить к одномодовой генерации в многомодовых системах [107, 108, 113]. Кроме того, это преобразование может приводить к немонотонной зависимости порога генерации от скорости накачки [114, 115] или потерь [112].

В диссертации показано, что ИТ или, по крайней мере, ИТ подобные точки имеют место в большинстве обычных лазеров, где особые симметрии отсутствуют. В отличие от РТ-

симметричных систем в лазерах ИТ не связаны с нарушением симметрии. Они возникают вследствие того, что собственные состояния лазерной системы представляют собой гибридизованные состояния электромагнитного поля и атомной поляризации. До достижения ИТ вклад поляризации атомов в каждое из собственных состояний увеличивается с увеличением мощности накачки. После пересечения ИТ этот вклад в одном из собственных состояний (особое состояние) увеличивается. Увеличение вклада поляризации атомов в особое состояние приводит к усилению взаимодействия мод с активной средой и усилению усиления света в данном особом состоянии. Следовательно, особое состояние имеет наименьший порог генерации, и дальнейшее увеличение скорости накачки приводит к генерации в этом состоянии. По этой причине скорость накачки, при которой формируется особое состояние, можно рассматривать как предпорог генерации. Показано, что предпороги генерации имеют место как в системах с резонаторами, так и в системах без резонатора.

2.2 Модель

Одним из наиболее точных способов описания взаимодействия ЭМ поля и большого числа атомов активной среды являются уравнения Гейзенберга-Ланжевена. Они позволяют описать распространение ЭМ волн, процессы вынужденного и спонтанного излучения, процессы релаксации и накачки в активной среде [1, 118]. Чтобы получить уравнения Гейзенберга-Ланжевена, сначала поместим активную среду в большой ящик размера L_B (в конце данного параграфа будет показано, что отражение от стенок ящика не вносит существенный вклад в динамику системы), проведем процедуру вторичного квантования ЭМ поля в ящике [119], и запишем гамильтониан Джейнса-Каммингса в приближении вращающейся волны [120, 121]:

$$\hat{H} = \sum_i \hbar \omega_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \sum_j \hbar \omega_{TLS} \hat{\sigma}_j^\dagger \hat{\sigma}_j + \sum_{i,j} \hbar \Omega_{ij} (\hat{a}_i^\dagger \hat{\sigma}_j + \hat{a}_i \hat{\sigma}_j^\dagger) + \hat{H}_R + \hat{H}_{SR} \quad (2.1)$$

где \hat{a}_i^\dagger и \hat{a}_i – операторы рождения и уничтожения i -ой моды ЭМ поля. Эти операторы удовлетворяют коммутационному соотношению $[\hat{a}_{i1}, \hat{a}_{i2}^\dagger] = \delta_{i1,i2}$. Оператор амплитуды электрического поля в точке \mathbf{r}_j записывается как $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_j) = \sum_i \mathbf{E}_i(\mathbf{r}_j) \hat{a}_i$, где $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \sqrt{4\pi\hbar\omega_i/V} \cos(\mathbf{k}_i\mathbf{r})$ – амплитуда электрического поля, приходящаяся «на один фотон» i -ой моды; V – объем системы. Частицы активной среды описываются как двухуровневые системы (ДУС) с основным состоянием $|g\rangle$ и возбужденным состоянием $|e\rangle$; $\hat{\sigma}_j^\dagger = |e_j\rangle\langle g_j|$,

$\hat{\sigma}_j = |g_j\rangle\langle e_j|$, и $\hat{D}_j = |e_j\rangle\langle e_j| - |g_j\rangle\langle g_j|$ – операторы повышения, понижения и инверсии населенности j -ой ДУС, соответственно; ω_{TLS} – частота перехода двухуровневой системы. Третье слагаемое в уравнении (3.1) описывает взаимодействие между модами ЭМ поля и дипольными моментами ДУС. Константа связи Ω_{ij} (частота Раби) равна $-\mathbf{E}_i(\mathbf{r}_j)\mathbf{d}_j/\hbar$, где \mathbf{r}_j – координата j -ой ДУС, и $\mathbf{d}_j = \langle e|e\mathbf{r}|g\rangle_j$ – матричный элемент дипольного момента. \hat{H}_R – сумма гамильтонианов резервуаров $\hat{H}_R = \hat{H}_{Ra} + \sum_j \hat{H}_{R\sigma}^{(j)} + \sum_j \hat{H}_{RPump}^{(j)}$, где $\hat{H}_{Ra} = \sum_j \hbar\omega_j \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j$ соответствует резервуару фононов в стенках волновода (роль данного резервуара рассмотрена подробно в конце настоящего параграфа), $\hat{H}_{R\sigma}^{(j)} = \sum_n \hbar\omega_{jn} \hat{c}_{jn}^\dagger \hat{c}_{jn}$ соответствует резервуару фононов активной среды, взаимодействующему с j -ым атомом. Операторы \hat{b}_j , \hat{c}_{jn} и \hat{b}_j^\dagger , \hat{c}_{jn}^\dagger являются операторами уничтожения и рождения фононов. Предполагается, что каждый атом активной среды взаимодействует со своим собственным резервуаром фононов [21]. Это предположение корректно в том случае, когда длина когерентности фононов меньше, чем расстояние между атомами активной среды.

Чтобы описать накачку активных атомов, мы вводим дополнительные резервуары, состоящие из ДУС с отрицательной температурой. j -ый резервуар взаимодействует с j -ым атомом, и описывается гамильтонианом $\hat{H}_{RPump}^{(j)} = \sum_n \hbar\omega_s \hat{s}_{jn}^\dagger \hat{s}_{jn}$, где \hat{s}_{jn} и \hat{s}_{jn}^\dagger – операторы понижения и повышения ДУС резервуара с отрицательной температурой.

Гамильтониан, описывающий взаимодействие системы с указанными выше резервуарами, представляет из себя сумму $H_{SR} = \hat{H}_{SRA} + \sum_j \hat{H}_{SRdeph}^{(j)} + \sum_j \hat{H}_{SRD}^{(j)} + \sum_j \hat{H}_{SRPump}^{(j)}$. Гамильтониан $\hat{H}_{SRA} = \sum_{i,j} \nu_{ij} (\hat{a}_i \hat{b}_j^\dagger + \hat{a}_i^\dagger \hat{b}_j)$ описывает взаимодействие фононов в стенках волновода с фотонами в модах ЭМ поля. Гамильтонианы $\hat{H}_{SRdeph}^{(j)} = \sum_n \kappa_{jn} (\hat{c}_{jn} + \hat{c}_{jn}^\dagger) \hat{\sigma}_j^\dagger \hat{\sigma}_j$ и $\hat{H}_{SRD}^{(j)} = \sum_n \beta_{jn} (\hat{c}_{jn} \hat{\sigma}_j^\dagger + \hat{c}_{jn}^\dagger \hat{\sigma}_j)$ описывают упругое и неупругое взаимодействия между j -ым атомом и фононами в активной среде, а $\hat{H}_{SRPump}^{(j)} = \sum_j \eta_{jn} (\hat{\sigma}_j \hat{s}_{jn}^\dagger + \hat{\sigma}_j^\dagger \hat{s}_{jn})$ – гамильтониан взаимодействия j -го атома активной среды с резервуаром ДУС, имеющим отрицательную температуру.

Чтобы получить уравнения Гейзенберга для операторов системы, мы исключаем переменные резервуара, используя приближения Борна и Маркова [121]. В борновском приближении предполагается, что резервуар намного больше системы, и поэтому влиянием системы на резервуар можно пренебречь [121]. В марковском приближении предполагается, что масштабы времени, характеризующие колебания в резервуаре, намного меньше времени

релаксации системы [121]. Эти предположения позволяют вывести флуктуационно-диссипативную теорему [121]. Для резервуара, находящегося в состоянии теплового равновесия при комнатной температуре, характеристическое время можно оценить как $\tau_R \sim \hbar / kT \sim 10^{-14} s$ [121]. Для типичной усиливающей среды (например, для красителя R101), время релаксации составляет примерно $10^{-13} s$, что превосходит τ_R , таким образом, марковское приближение применимо.

После исключения переменных резервуара в уравнениях Гейзенберга появляются релаксационные и флуктуационные (шумовые) слагаемые. Отметим, что соответствующие слагаемые связаны флуктуационно-диссипативной теоремой. Для операторов \hat{a}_i^\dagger , \hat{a}_i , $\hat{\sigma}_j^\dagger$, $\hat{\sigma}_j$, и \hat{D}_j мы получаем систему уравнений следующего вида (см. также [21, 121]):

$$\frac{d}{dt} \hat{a}_i = (-\gamma_a / 2 - i\Delta_i) \hat{a}_i - i \sum_j \Omega_{ij} \hat{\sigma}_j + \hat{F}_{ai} \quad (2.2)$$

$$\frac{d}{dt} \hat{a}_i^\dagger = (-\gamma_a / 2 + i\Delta_i) \hat{a}_i^\dagger + i \sum_j \Omega_{ij} \hat{\sigma}_j^\dagger + \hat{F}_{ai}^\dagger \quad (2.3)$$

$$\frac{d}{dt} \hat{\sigma}_j = -\hat{\sigma}_j (\gamma_p + \gamma_D + \gamma_{deph}) / 2 + i \sum_i \Omega_{ij} \hat{a}_i \hat{D}_j + \hat{F}_{\sigma j} \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dt} \hat{\sigma}_j^\dagger = -\hat{\sigma}_j^\dagger (\gamma_p + \gamma_D + \gamma_{deph}) / 2 - i \sum_i \Omega_{ij} \hat{a}_i^\dagger \hat{D}_j + \hat{F}_{\sigma j}^\dagger \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} \hat{D}_j = -(\gamma_p + \gamma_D) (\hat{D}_j - D_0) + 2i \sum_i \Omega_{ij} (\hat{a}_i^\dagger \hat{\sigma}_j - \hat{a}_i \hat{\sigma}_j^\dagger) + \hat{F}_{Dj} \quad (2.6)$$

где γ_a , γ_D , и γ_{deph} – декременты затухания амплитуд мод ЭМ поля \hat{a}_i , инверсии населенности D , и поляризации атомов активной среды σ ; γ_p – скорость накачки; $D_0 = (\gamma_p - \gamma_D) / (\gamma_p + \gamma_D)$ – стационарная инверсия населенности в линейном режиме; $\hat{F}(t)$ – операторы Ланжевена, описывающие случайный процесс [21, 121]. Поскольку каждый атом активной среды взаимодействует со своим собственным окружением, описываемым соответствующим фоновым резервуаром, корреляционные функции операторов шума для различных атомов полагаются равными нулю [21], т.е.

$$\langle \hat{F}_i(t) \hat{F}_j(t') \rangle \sim \delta_{ij} \quad (2.7)$$

Корреляторы шумовых операторов в уравнениях (2.2)-(2.6) имеют вид:

$$\langle \hat{F}_{\sigma_j}(t) \hat{F}_{\sigma_j}(t') \rangle = i \left\langle \hat{\sigma}_j^{st} \sum_k \hat{a}_k^{st} \Omega_{kj} \right\rangle \delta(t-t') \quad (2.8)$$

$$\langle \hat{F}_{\sigma^\dagger_j}(t) \hat{F}_{\sigma^\dagger_j}(t') \rangle = -i \left\langle (\hat{\sigma}_j^\dagger)^{st} \sum_k (\hat{a}_k^\dagger)^{st} \Omega_{kj} \right\rangle \delta(t-t') \quad (2.9)$$

$$\langle \hat{F}_{\sigma^\dagger_j}(t) \hat{F}_{\sigma_j}(t') \rangle = \frac{1}{2} \left[\gamma_p + \gamma_{ph} \left(1 + \langle \hat{D}_j^{st} \rangle \right) \right] \delta(t-t') \quad (2.10)$$

$$\langle \hat{F}_{D_j}(t) \hat{F}_{D_j}(t') \rangle = \left[\begin{aligned} & (\gamma_D + \gamma_p) (D_0 - \langle \hat{D}_j^{st} \rangle) + \\ & 2i \sum_k \Omega_{kj} \left(\langle (\hat{a}_k^\dagger)^{st} \hat{\sigma}_j^{st} - \hat{a}_k^{st} (\hat{\sigma}_j^\dagger)^{st} \rangle \right) \end{aligned} \right] \delta(t-t') \quad (2.11)$$

где \hat{D}_j^{st} , $\hat{\sigma}_j^{st}$, и \hat{a}_j^{st} - стационарные решения уравнений (2.2)–(2.6) без шумовых слагаемых.

Средние значения шумов, входящие в уравнения для операторов уничтожения и рождения ЭМ поля, пренебрежимо малы по сравнению со средними значениями шумов в уравнениях для атомов. Поэтому ниже мы пренебрегаем \hat{F}_{ai} , $\hat{F}_{a^\dagger i}$ и \hat{F}_{Dj} .

Наличие некоммутирующих шумовых операторов значительно усложняет решение уравнений (2.2)–(2.6). Однако для систем с большим числом атомов эту сложность можно обойти. В большинстве экспериментов по УСИ количество активных атомов N_c даже в субволновом объеме размера велико. Например, в объеме размером около 100 нм N_c составляет порядка 10^3 для типичных концентраций красителя. Благодаря этому, можно разбить весь объем активной среды на ячейки субволнового размера и перейти к операторам средних значений: $\hat{J}_k^\dagger = \frac{1}{N_c} \sum_{j \in cell_k} \hat{\sigma}_j^\dagger$, $\hat{J}_k = \frac{1}{N_c} \sum_{j \in cell_k} \hat{\sigma}_j$ и $\hat{J}_{D,k} = \frac{1}{N_c} \sum_{j \in cell_k} \hat{D}_j$. Следуя гипотезе масштабной инвариантности (scaling), описанной в [121], мы рассматриваем $1/N_c$ как малый параметр разложения и исследуем предельное поведение системы при $N_c \rightarrow \infty$, пренебрегая членами более высокого порядка по $1/N_c$. В этом пределе квантовомеханическое среднее операторов растет быстрее, чем квантовые поправки к этому среднему. Это позволяет преобразовать перейти от уравнений (2.2)–(2.6) к системе уравнений для c -чисел в первом порядке по $1/N_c$, в то время как квантовые поправки могут быть представлены как классический шум во втором порядке по $1/N_c$.

Поскольку размер ячейки меньше длины волны излучения, мы предполагаем, что частота Раби одинакова для всех атомов в ячейке. Для i -ой моды и k -ой ячейки $\Omega_{ij} = \Omega_{ik}$ для любого j -го

атома из k -ой ячейки. Соответствующие члены в уравнениях (2.2) и (2.3) преобразуются в $\sum_{j \in cell_k} \Omega_{ij} \hat{\sigma}_j = \Omega_{ik} N_c \hat{J}_k$. В итоге получаем систему уравнений для c -чисел, в которой неизвестные переменные обозначены теми же буквами, что и соответствующие операторы, за исключением операторов \hat{a}_i^\dagger и \hat{J}_k^\dagger . Данные операторы заменяются c -числами a_{cc}^i и J_{cc}^k . Чтобы отличать операторы от соответствующих c -чисел, нижние индексы операторов заменяются надстрочными индексами для c -чисел:

$$\frac{d}{dt} a^i = (-\gamma_a / 2 - i\Delta_i) a^i - i \sum_k \Omega_{ik} N_c J^k, \quad (2.12)$$

$$\frac{d}{dt} a_{cc}^i = (-\gamma_a / 2 + i\Delta_i) a_{cc}^i + i \sum_k \Omega_{ik} N_c J_{cc}^k, \quad (2.13)$$

$$\frac{d}{dt} J^k = -J^k (\gamma_p + \gamma_D + \gamma_{deph}) / 2 + i \sum_i \Omega_{ik} a^i J_D^k + F_J^k, \quad (2.14)$$

$$\frac{d}{dt} J_{cc}^k = -J_{cc}^k (\gamma_p + \gamma_D + \gamma_{deph}) / 2 - i \sum_i \Omega_{ik} a_{cc}^i J_D^k + F_{J_{cc}}^k, \quad (2.15)$$

$$\frac{d}{dt} J_D^k = -(\gamma_p + \gamma_D) (J_D^k - D_0) + 2i \sum_i \Omega_{ik} (a_{cc}^i J^k - a^i J_{cc}^k). \quad (2.16)$$

Последние члены в уравнениях (2.14)-(2.16) описывают классические шумы; их корреляционные функции аналогичны корреляционным функциям для операторов, см. уравнения (2.8)-(2.11) [21].

В отсутствие шумовых членов в уравнениях (2.14)-(2.16), уравнения (2.12) и (2.13), а также уравнения (2.14) и (2.15) попарно комплексно сопряжены. Если начальные условия выбраны таким образом, что $a_{cc}^i(t=0) = (a^i(t=0))^*$ и $J_{cc}^k(t=0) = (J^k(t=0))^*$, то эти переменные в динамике остаются комплексно-сопряженными. Кроме того, в случае малых полей корреляторами (2.8)-(2.9) можно пренебречь, и шумы в (2.14)-(2.15) также становятся комплексно сопряженными [21, 121]. В результате переменные a_{cc}^i , a^i и J_{cc}^k , J^k , соответствующие операторам \hat{a}_i^\dagger , \hat{a}_i и \hat{J}_k^\dagger , \hat{J}_k , становятся комплексно сопряженными, т.е. $a^i = (a_{cc}^i)^*$, $J^i = (J_{cc}^i)^*$. В этом случае уравнения (2.12)-(2.16) можно представить в более простом виде:

$$\frac{d}{dt} a_i = (-\gamma_a / 2 - i\Delta_i) a_i - i N_c \sum_j \Omega_{ij} \sigma_j \quad (2.17)$$

$$\frac{d}{dt}\sigma_j = -\sigma_j(\gamma_p + \gamma_D + \gamma_{deph})/2 + i\sum_i \Omega_{ij}a_i D_j + F_{\sigma j}(t) \quad (2.18)$$

$$\frac{d}{dt}D_j = -(\gamma_p + \gamma_D)(D_j - D_0) + 2i\sum_i \Omega_{ij}(a_i^* \sigma_j - a_i \sigma_j^*) \quad (2.19)$$

Теперь перейдем к исключению ящика конечного размера L_B , в который помещается система. При наличии ящика любое излучение, испущенное активной средой, будет отражаться обратно в активную среду и влиять на процесс излучения. Чтобы избежать этого нежелательного эффекта, мы изначально добавили в гамильтониан резервуар фоонов $\hat{H}_{Ra} = \sum_j \hbar \omega_j \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j$, вызывающий потери в модах ЭМ поля. Взаимодействие системы с данным резервуаром приводит к затуханию ЭМ волн при распространении со скоростью $I(x) \sim \exp(-\pi\gamma_a/c \times x)$ [118] (что выражается в появлении декремента затухания $\gamma_a/2$ в уравнении (2.17)). Если размер ящика достаточно большой, а именно, $L_B \gg c/\gamma_a$, то амплитуда ЭМ излучения, дошедшего до стенок ящика и отраженного обратно, будет иметь пренебрежимо мала, и не повлияет на процессы, происходящие в активной среде. Таким образом, благодаря наличию потерь в модах ЭМ поля уравнения (2.17)-(2.19) даже в случае конечного ящика с хорошей точностью описывают поведение системы с активной средой, помещенной в свободное пространство. Если условие $L_B \gg c/\gamma_a$ выполняется, то, как будет показано в этой и последующих главах, дальнейшее увеличение L_B не приводит к существенным изменениям в поведении системы.

В данном параграфе мы пренебрегаем шумами в уравнении (2.18), в этом случае уравнения (2.17)-(2.19) преобразуются в уравнения Максвелла-Блоха [120, 122-124]:

$$\frac{da_n}{dt} = \left(-\frac{\gamma_a}{2} - i\Delta_n\right)a_n - iN_c \sum_{m=1}^N \Omega_{nm}\sigma_m, \quad (2.20)$$

$$\frac{d\sigma_m}{dt} = -\frac{\gamma_\sigma}{2}\sigma_m + i\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Omega_{nm}a_n D_m, \quad (2.21)$$

$$\frac{dD_m}{dt} = (\gamma_p - \gamma_D) - (\gamma_p + \gamma_D)D_m + 2i\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Omega_{nm}(a_n^* \sigma_m - a_n \sigma_m^*). \quad (2.22)$$

2.3 Предпорог в игрушечной модели лазера

Пустая Вселенная моделируется как большой ящик. Моды ящика представляют собой стоячие волны с волновыми числами, определяемыми условием $k_n = 2\pi n / L_B$, где n – целое число. Также мы предполагаем, что собственная частота n -й моды равна $\omega_n = c k_n$, где c – скорость света. Поскольку все атомы расположены в одной точке, поле $E_n(x_m)$ и константа связи Ω_{nm} одинаковы для всех атомов; константу связи мы полагаем равной $\Omega_0 = 3 \times 10^{-6} \omega_{TLS}$. При этом всю активную среду можно рассматривать как одну ячейку, что позволяет упростить уравнения (2.20)-(2.22), перейдя от уравнений для поляризаций и инверсии населенности каждого атома к уравнениям для усредненных по ансамблю атомов значений этих переменных, $\sigma_m \rightarrow \sigma$ и $D_m \rightarrow D$.

Ниже порога генерации стационарные значения амплитуд мод ЭМ поля a_n и средние значения поляризаций атомов σ , равны нулю, а среднее значение инверсии населенности атомов равно $D = (\gamma_P - \gamma_D) / (\gamma_P + \gamma_D)$ [122]. Чтобы найти собственные частоты малых флуктуаций амплитуд вблизи стационарного состояния системы, линеаризуем уравнения (2.20)-(2.22) вблизи стационарного состояния $a_n = \sigma = 0$ и $D = D_0 = (\gamma_P - \gamma_D) / (\gamma_P + \gamma_D)$. В результате получаем замкнутую систему линейных дифференциальных уравнений для малых флуктуаций амплитуд поля δa_n , и поляризаций атомов $\delta \sigma$, которую можно записать в матричной форме:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta a_{-\infty} \\ \dots \\ \delta a_{\infty} \\ \delta \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_a / 2 - i\Delta_{-\infty} & \dots & 0 & -i\Omega_0 N \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -\gamma_a / 2 - i\Delta_{\infty} & -i\Omega_0 N \\ i\Omega_0 D_0 & \dots & i\Omega_0 D_0 & -\gamma_{\sigma} / 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta a_{-\infty} \\ \dots \\ \delta a_{\infty} \\ \delta \sigma \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Теперь проследим зависимости собственных частот уравнения (2.23) от скорости накачки. Начнем с изучения динамики конечного числа мод пустого ящика, частоты которых лежат в диапазоне $(\omega_{TLS} - 3\gamma_{\sigma}, \omega_{TLS} + 3\gamma_{\sigma})$. Чтобы найти собственные частоты ω_j гибридных состояний, которые включают как электромагнитное поле, так и поляризацию атомов, мы вычисляем собственные значения матрицы в правой части уравнения (2.23) при помощи численного моделирования. Известно, что $\lambda_j = -i\omega_j$. Положение собственных частот на комплексной частотной плоскости для различных мощностей накачки показано на рис. 2.1.

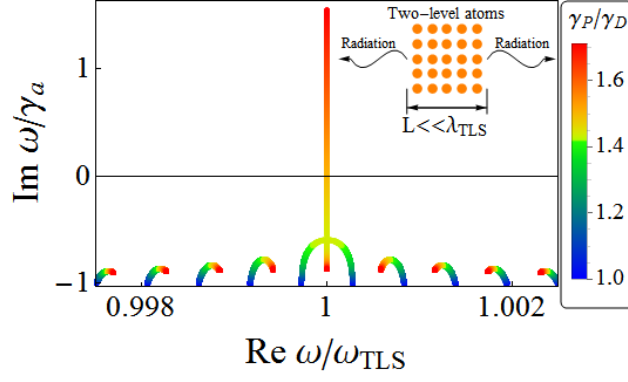


Рис. 2.1. Траектории собственных частот в комплексной частотной плоскости при изменении скорости накачки γ_P от значения γ_D до значения $1.7\gamma_D$. Размер системы $L_B = 1800\lambda_{TLS}$. Схема системы представлена на вставке.

Видно, что с увеличением скорости накачки собственные частоты лазерной системы увеличиваются в комплексной плоскости (рис. 2.1). Кроме того, действительная часть собственных частот приближается к частоте перехода активных атомов. Существует некоторая скорость накачки, при которой две собственные частоты, наиболее близкие к частоте перехода, сливаются (см. также рис. 2.2). Именно в этой точке возникает особое состояние.

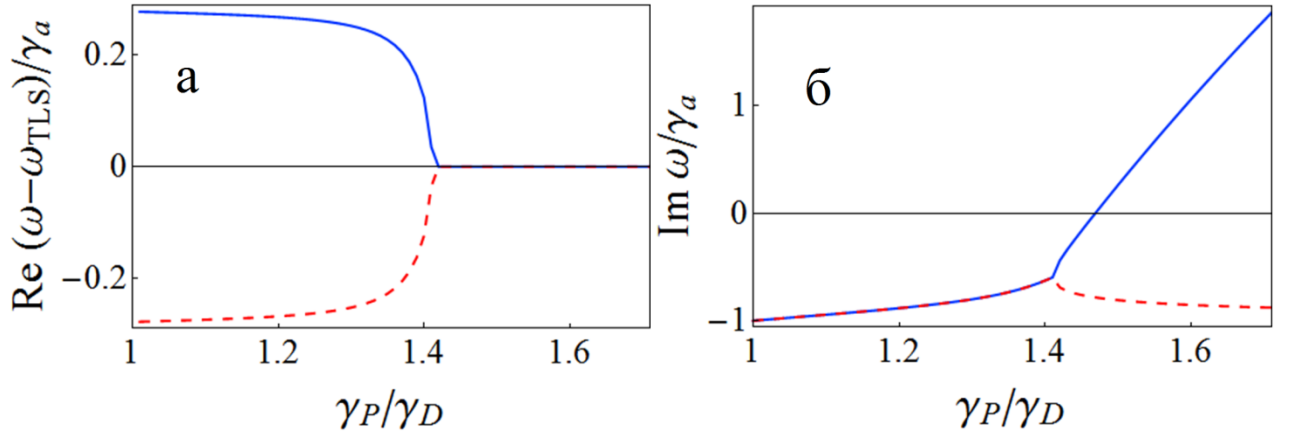


Рис. 2.2. Зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей собственных частот двух сталкивающихся собственных мод от скорости накачки. Моды обозначены синими сплошными и красными пунктирными линиями. Особое состояние возникает при $\gamma_P = 1.43\gamma_D$. Размер системы $L_B = 1800\lambda_{TLS}$.

Выше скорости накачки, соответствующей точке столкновения собственных решений, наблюдается явление резонансного захвата [96-101]. А именно, если ниже точки слияния мнимые части всех собственных частот перемещаются вверх по направлению к действительной

оси, выше этой точки лишь у особого состояния мнимая часть частоты продолжает двигаться вверх. В то же время мнимые части всех остальных собственных частот перемещаются вниз, удаляясь от действительной оси. Таким образом, с увеличением скорости накачки увеличивается время жизни только особого состояния. В конце концов, собственное значение особого состояния достигает действительной оси (см. рис. 2.2б), и в особом состоянии начинается генерация. По этой причине мы называем скорость накачки, при которой формируется особое состояние, предпороговой генерации.

Описанное выше поведение собственных частот в комплексной плоскости вблизи предпорога генерации характерно для исключительной точки (ИТ) [94, 95]. Известно, что вблизи ИТ собственные состояния, собственные частоты которых сливаются, линейно зависимы [94, 95]. Покажем, что в рассматриваемой системе два слипающихся собственных состояния действительно линейно зависимы. Для этого мы представляем собственные состояния системы в виде нормированных векторов $\mathbf{e}_j = (\delta a_{-\infty}, \dots, \delta a_{\infty}, \delta \sigma)_j$. Скалярное произведение между j -м и k -м собственными состояниями определяется как скалярное произведение соответствующих векторов, т.е. $(\mathbf{e}_j^T \cdot \mathbf{e}_k)$. Такое скалярное произведение равно нулю, только если состояния ортогональны, и, ввиду наложенного условия нормировки $(\mathbf{e}_j^T \cdot \mathbf{e}_j) = 1$, равно единице, когда собственные состояния совпадают.

Ниже предпорога генерации увеличение скорости накачки сопровождается увеличением скалярного произведения собственных состояний (см. рис. 2.3). На предпороге генерации два слипающихся собственных состояния совпадают друг с другом (см. рис. 2.3). То есть скалярное произведение между этими собственными состояниями равно 1 с точностью до численной ошибки. Выше предпорога генерации скалярное произведение между собственными состояниями начинает уменьшаться с увеличением скорости накачки (рис. 2.3). Таким образом, в игрушечной модели предпорог генерации имеет место в ИТ, где собственные состояния, чьи собственные частоты сливаются, становятся идентичными (см. рис. 2.3).

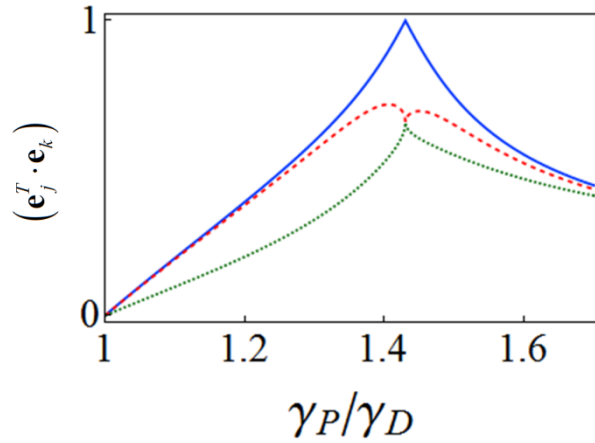


Рис. 2.3. Зависимость от скорости накачки скалярных произведений моды с наименьшей скоростью релаксации и мод, у которых вторая (синяя сплошная линия) и третья (красные пунктирные линии) наименьшие скорости релаксации. (Первый достигает в максимуме единицы.) То же самое для мод со вторым и третьим наименьшими скоростями релаксации показано зеленой пунктирной линией.

Отметим, что ИТ часто наблюдаются в РТ-симметричных лазерах [107, 108, 110-115, 125]. В таких системах структура мод также изменяется в ИТ, и формируются долгоживущие собственные моды [107, 108, 110-115]. В РТ-симметричных системах ИТ возникают из-за перестройки распределения электромагнитного поля между областями системы с усилением и потерями [117, 126-132]. Это перераспределение приводит к появлению собственных мод, локализованных в области с усилением, либо в области с потерями. Первые собственные моды являются долгоживущими, а вторые - короткоживущими.

В обычных лазерах без особой симметрии механизм формирования особого состояния не связан с перестройкой распределения электромагнитного поля. В этих лазерах увеличение скорости накачки приводит к изменению вклада поляризаций атомов активной среды в гибридизованные собственные состояния (см. рис. 2.4). Ниже предпорога генерации вклад атомных поляризаций σ во всех собственных состояниях возрастает с увеличением скорости накачки. Выше предпорога генерации вклад атомной поляризации σ в особом состоянии продолжает расти с увеличением скорости накачки (см. синюю сплошную линию на рис. 2.4). В то же время вклад атомных поляризаций σ во всех других собственных состояниях уменьшается (см. рис. 2.4). Увеличение атомной поляризации приводит к усилению взаимодействия между модами ЭМ полями и инвертированными атомами. Также увеличивается поток энергии от атомов в моды, пропорционально $-ia^*\sigma$ [118]. Этот увеличивающийся поток компенсирует потери в модах ЭМ и приводит к увеличению мнимой части собственных частот соответствующих собственных состояний (см. рис. 2.2б).

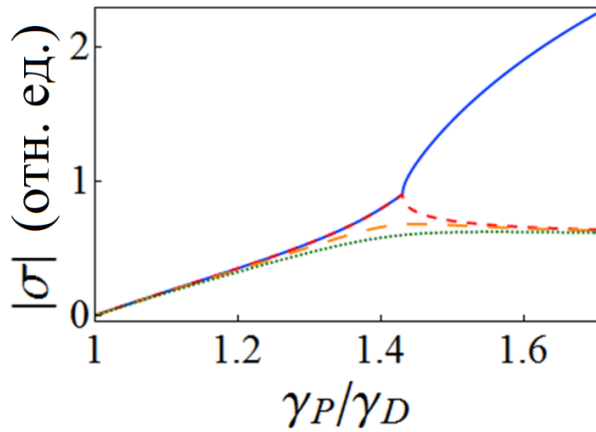


Рис. 2.4. Зависимость поляризации атомов от скорости накачки для четырех собственных мод: двух сливающихся мод (показаны синим сплошным цветом и красными пунктирными линиями) и двух ближайшим к ним по частоте (показаны зелеными пунктирными и оранжевыми пунктирными линиями). Скорость накачки, при которой синяя сплошная и красная пунктирная линии расщепляются, является предпороговым значением генерации.

Таким образом, именно изменение поляризации атомов вызывает образование особого состояния при предпороговой скорости накачки. В игрушечной модели лазера в ИТ системы формируется особое состояние, в котором два собственных состояния совпадают, а их собственные частоты равны друг другу. При дальнейшем увеличении скорости накачки в этом особом состоянии начинается генерация. Поэтому формирование особого состояния является необходимым условием генерации.

2.4 Независимость лазерного предпорога от размера ящика

В данном параграфе рассмотрено влияние размера ящика L_B на собственные частоты системы. Константа связи Раби, $\Omega_n = -\mathbf{E}_n(x=0) \cdot \mathbf{d} / \hbar$, описывающая взаимодействие между отдельной модой ЭМ поля и атомом, пропорциональна амплитуде ЭМ поля, соответствующей одному кванту энергии этой моде. Эта амплитуда обратно пропорциональна $\sqrt{L_B}$ [120]. По этой причине ниже ИТ взаимодействие между одиночной модой ЭМ поля и активным атомом уменьшается с увеличением L_B . Т.е. ниже предпорога генерации собственные частоты всех собственных состояний сходным образом зависят от размера ящика. Поскольку объем, занимаемый активной средой, остается неизменным, взаимодействие одной ЭМ моды со всеми атомами в пределе $L_B \rightarrow \infty$ стремится к нулю. При этом распределение ЭМ поля в собственных

состояниях становится подобным распределению ЭМ поля мод пустого ящика. Поэтому в комплексной плоскости с увеличением значения L_B собственные частоты всех собственных состояний движутся вниз, к прямой $\omega = -i\gamma_a$. Однако две собственные частоты движутся медленнее остальных. Чем ближе скорость накачки к скорости накачки ИТ, γ_{EP} , тем медленнее это движение. В ИТ происходит слияние собственных частот и возникает особое состояние. Предпороговое значение генерации $\gamma_{EP}(L_B)$ (то есть скорость накачки, при которой наблюдается ИТ) и собственная частота особого состояния слабо зависят от размера ящика, достигая конечных значений $\gamma_{EP}(\infty)$ и ω_{sp} при $L_B \rightarrow \infty$ (см. рис. 2.5). Собственные частоты других собственных состояний движутся вниз (см. рис. 2.5б), достигая линии $\omega = -i\gamma_a$ при $L_B \rightarrow \infty$.

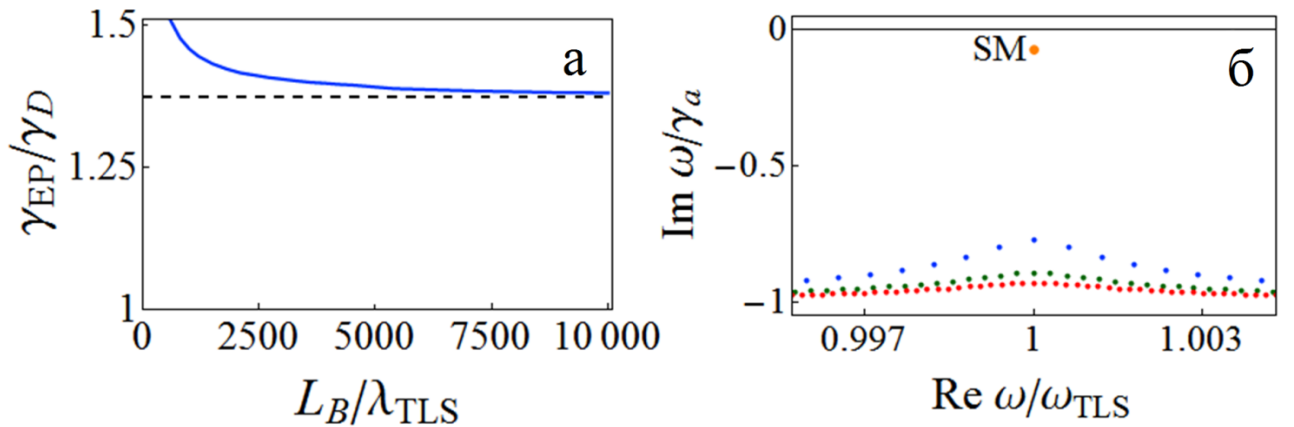


Рис. 2.5. (а) Зависимость скорости накачки, при которой возникает ИТ (предпорог генерации), от размера ящика L_B . Пунктирная горизонтальная линия показывает предельное значение предпорога генерации при $L_B \rightarrow \infty$. (б) Положения собственных частот выше предпорога для ящиков разных размеров: $L_B = 1800 \lambda_{TLS}$ (синие точки), $L_B = 3600 \lambda_{TLS}$ (зеленые точки) и $L_B = 5400 \lambda_{TLS}$ (красные точки). Скорость накачки составляет $1.46\gamma_D$. Большая оранжевая точка соответствует особому состоянию. Его положение не зависит от размера коробки.

Выше предпорога генерации $\gamma_{EP}(L_B)$ модуль мнимой части собственной частоты особого состояния уменьшается. Скорость накачки, при которой мнимая часть этой собственной частоты становится равной нулю, соответствует началу когерентной генерации (см. Синюю сплошную линию на рис. 2.2б). Собственная частота особого состояния слабо зависят от L_B ,

приближаясь к конечному пределу при $L_B = \infty$. Порог генерации также стремится к конечному пределу при $L_B = \infty$.

2.5 Лазерный предпорог в распределенной системе без резонатора

В предыдущем параграфе мы рассмотрели формирование особого состояния в игрушечной модели лазера, в котором все активные атомы расположены в одной точке. В общем случае, когда активные атомы занимают область конечной длины, собственные частоты и собственные состояния системы всё так же определяются уравнениями (2.20)-(2.22). Основное отличие состоит в том, что константы связи Ω_{nm} зависят от положения атомов, и уравнения для поляризации и инверсии населенности каждого атома не могут быть сведены к одному уравнению на усредненные значения этих переменных.

Когда область, занятая активными атомами, имеет конечную длину, существуют границы раздела между этой областью и окружающей средой, на которых происходит отражение. В этом случае в системе присутствует Фабри-Перо резонатор. Очевидно, что при достаточно большом усилении может возникнуть генерация [133, 134]. Однако, известно, что генерация когерентного излучения может происходить при скорости накачки, которая на несколько порядков меньше необходимой для генерации за счет резонатора Фабри-Перо [135]. При таких накачках система может рассматриваться как безрезонаторная. В частности, такая ситуация реализуется, если предположить, что двухуровневые атомы равномерно распределены в области длины $l = 10\lambda_{TLS}$, где $\lambda_{TLS} = 2\pi c / \omega_{TLS}$ - длина волны на частоте перехода атомов. Остальные параметры активных атомов такие же, как в игрушечной модели лазера, рассмотренной в предыдущем параграфе.

Зависимость собственных частот лазера с распределенной активной средой от скорости накачки показана на рис. 2.6. ИТ возникает только при некотором наборе параметров системы. При произвольной длине активного слоя собственные частоты не сталкиваются (см. рис. 2.6а). Однако даже если ИТ отсутствует, в системе имеется «след» ИТ. Действительно, зависимости мнимых частей собственных частот от скорости накачки аналогичны зависимостям для игрушечной модели (см. рис. 2.2б и 2.6б). При некоторой скорости накачки, как и в игрушечной модели, формируется особое состояние. При дальнейшем увеличении скорости накачки в этом особом состоянии начинается генерация. Таким образом, даже в отсутствии ИТ предпорог существует.

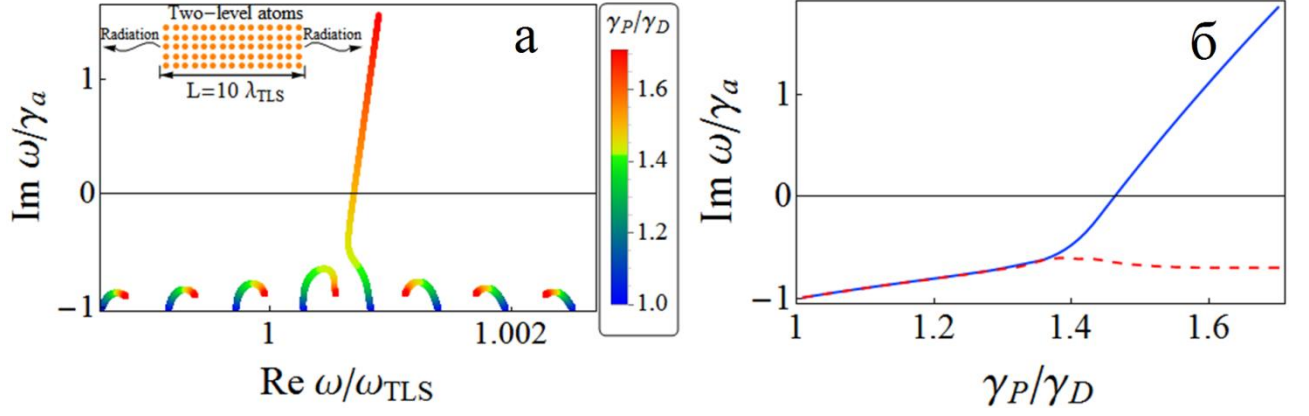


Рис. 2.6. Система с распределенной активной средой, в которой наблюдается след ИТ. (а) Траектории собственных частот в комплексной плоскости при изменении скорости накачки γ_P от γ_D до $1.7\gamma_D$. (б) Зависимости мнимых частей особого состояния и сближающегося с ним состоянием от скорости накачки. Длина активного слоя составляет $l = 10\lambda_{TLS}$. Размер ящика

$L_B = 1800\lambda_{TLS}$. Схема установки системы показана на вставке на рис. 2.6а.

Точное значение скорости накачки, соответствующее предпорогу генерации, можно определить как скорость накачки, при которой собственные частоты всех собственных состояний, кроме особого состояния, изменяют направление своего движения в плоскости комплексных частот. Другой способ определения предпорога генерации основан на поведении скалярного произведения особого состояния и сближающегося с ним состояния. Численное моделирование показывает, что скалярное произведение между особым состоянием и соседним собственным состоянием достигает максимума при определенной скорости накачки (рис. 2.7). При дальнейшем увеличении скорости накачки скалярное произведение между особым состоянием и всеми другими собственными состояниями уменьшается. В игрушечной модели такое же поведение имеет место после прохождения предпорога генерации, совпадающего с ИТ. По этой причине можно определить предпорог генерации как скорость накачки, при которой скалярное произведение достигает своего максимума. Существенно, что оба определения приводят к одному и тому же значению пороговой скорости накачки.

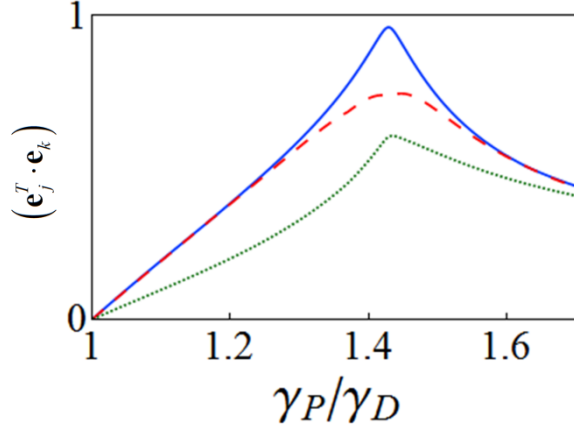


Рис. 2.7. Те же зависимости, что и на рис. 2.3, но для системы с равномерно распределенными активными атомами. Максимальное значение скалярного произведения равно 0.966.

След ИТ не пропадает при увеличении размера ящика L_B . Независимо от размера ящика зависимость мнимой части собственной частоты особого состояния демонстрирует пороговое поведение. С увеличением размера ящика собственные частоты собственных состояний смещаются к линии $\omega = -i\gamma_a$. Однако выше предпорога генерации существует одно собственное состояние - особое состояние, - собственная частота которого не зависит от L_B . Таким образом, след ИТ играет ту же роль, что и ИТ. Скорость накачки, при которой появляется след ИТ, определяет предпорог генерации.

2.6 Лазерный предпорог в распределенной системе с резонатором

В данном параграфе рассматривается генерация системы со слоем активной среды, помещенным в резонатор Фабри-Перо с полупрозрачными зеркалами. Считаем, что слой активной среды состоит из N двухуровневых атомов, равномерно распределенных в диапазоне от $-l/2$ до $l/2$. Эта область находится внутри Фабри-Перо резонатора длины $l_{cav} = l$. Фабри-Перо резонатор расположен в ящике с потерями размера $L_B \gg l_{cav}$.

Чтобы найти собственные частоты и собственные состояния системы, мы используем линеаризованные уравнения (2.20)-(2.22). Константы связи Ω_{nm} зависят от положения атомов и пространственного распределения электромагнитных мод. Таким образом, геометрия оптической системы определяется константами связи, Ω_{nm} . Учтем конечное число ЭМ мод пустого ящика, частоты которых находятся в том же диапазоне, что и рассмотрен выше: $(\omega_{TLS} - 3\gamma_\sigma, \omega_{TLS} + 3\gamma_\sigma)$.

Для начала рассмотрим случай, когда только одна из мод Фабри-Перо резонатора лежит в пределах ширины линии активной среды. Считаем, что $l_{cav} = l = 10\lambda_{TLS}$, а амплитудный коэффициент отражения обоих зеркал, образующих резонатор Фабри-Перо, равен $0.9i$; параметры активной среды такие же, как в предыдущем параграфе.

Положения собственных частот в комплексной частотной плоскости для различных мощностей накачки показаны на рис. 2.8а. Подобно случаю распределенной системы без резонаторов, ИТ может существовать только при определенных параметрах системы. Однако след ИТ и предпорог генерации присутствуют всегда. Когда скорость накачки превышает предпорог, мнимая часть собственной частоты особого состояния быстро увеличивается (см. рис. 2.8). Когда мнимая часть собственной частоты особого состояния обращается в ноль, в этом собственном состоянии начинается когерентная генерация. Кроме того, как и в случае распределенной системы без резонатора, скалярное произведение особого состояния и соседнего состояния является максимальным на предпороговом уровне генерации (рис. 2.9). Таким образом, процесс формирования особого состояния аналогичен таковому в распределенной системе без резонатора.

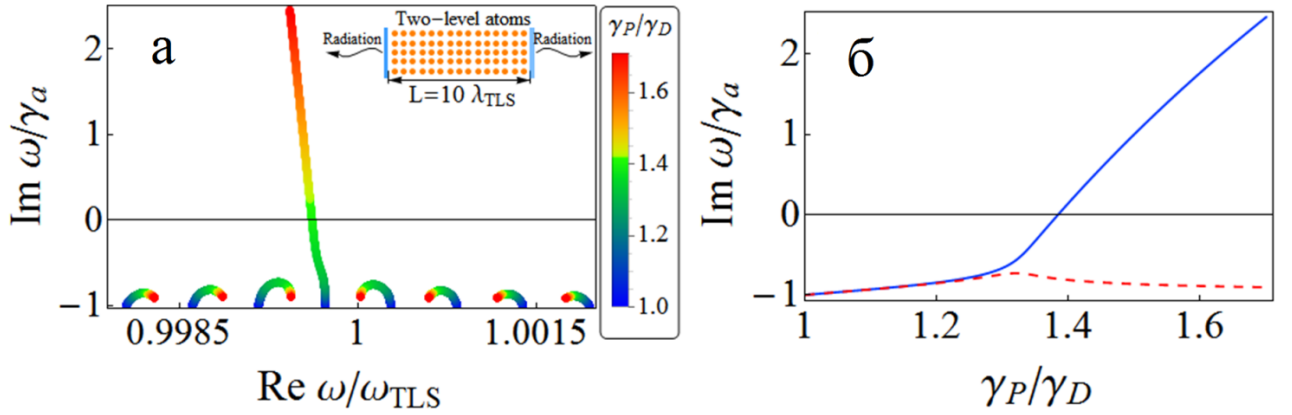


Рис. 2.8. (а) Траектории собственных частот в комплексной плоскости при изменении скорости накачки γ_P от γ_D до $1.7\gamma_D$. Предпорог генерации равен $1.31\gamma_D$. (б) Зависимости мнимых частей двух собственных мод с наименьшими скоростями релаксации от скорости накачки. Значение амплитудного коэффициента отражения зеркал в резонаторе Фабри-Перо составляет $0.9i$, длина активного слоя составляет $l = l_{cav} = 10\lambda_{TLS}$, размер ящика $L_B = 1800\lambda_{TLS}$. Схема системы показана на вставке на рис. 2.8а.

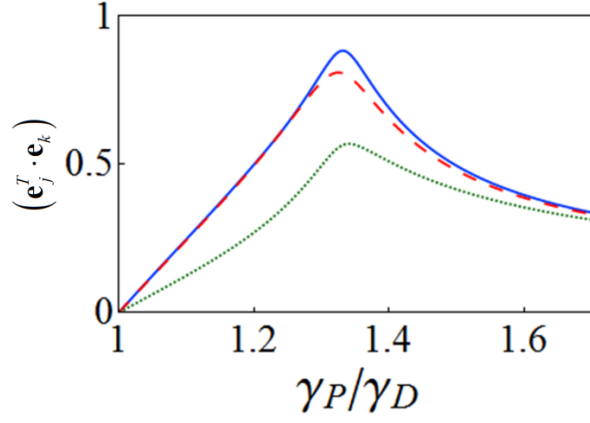


Рис. 2.9. Те же зависимости, что и на рис. 2.3, но для системы с резонатором. Максимальное значение скалярного произведения равно 0.884 .

Теперь рассмотрим случай, когда несколько мод Фабри-Перо резонатора лежат в пределах ширины линии излучения активной среды. Для этого увеличиваем длину активной среды до $l_{cav} = l = 50.25 \lambda_{TLS}$; все остальные параметры остаются прежними. Увеличение длины приводит к появлению нескольких особых состояний при соответствующих предпорогах генерации. В частности, при указанной длине наблюдается два предпороговых значения (см. рис. 2.10). Как и в случае следа ИТ в одномодовых лазерах, предпороги возникают при скоростях накачки, при которых собственные частоты всех гибридных состояний, кроме особых, меняют направление движения в комплексной плоскости. Также при некоторых скоростях накачки скалярные произведения соседних гибридизованных состояний имеют максимумы. Перемещения собственных частот, вызванные изменением размера ящика L_B , аналогичны таковым в ранее рассмотренных системах. Конечный режим работы лазера определяется механизмом конкуренции мод [123].

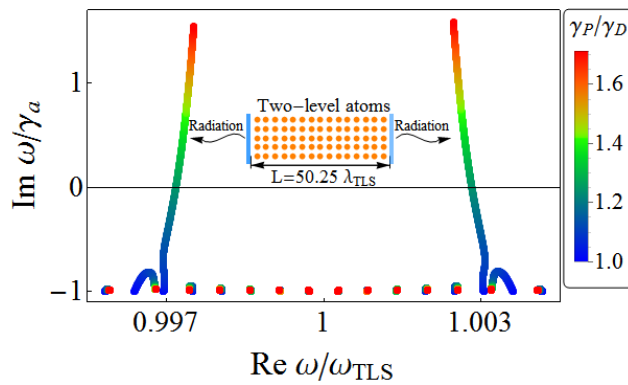


Рис. 2.10. Траектории собственных частот в комплексной частотной плоскости при изменении скорости накачки γ_P от γ_D до $1.7 \gamma_D$. Предпорог генерации для одной из мод достигается при

$\gamma_P = 1.11\gamma_D$, для другой – при $\gamma_P = 1.13\gamma_D$. Значение амплитудного коэффициента отражения зеркал в резонаторе Фабри-Перо составляет $0.9i$, длина активного слоя составляет $l = l_{cav} = 50.25\lambda_{TLS}$, размер ящика $L_B = 1800\lambda_{TLS}$. Схема системы представлена на вставке.

2.7 Рассмотрение экспериментального наблюдения лазерного предпорога

В предыдущих параграфах мы продемонстрировали образование особых состояний на предпороговых значениях генерации в различных системах. В данном параграфе предлагается способ экспериментального наблюдения предпорога генерации, основанный на отслеживании временной динамики ЭМ поля после выключения накачки в лазере.

Рассмотрим лазер, состоящий из слоя активной среды, помещенного в резонатор Фабри-Перо с полупрозрачными зеркалами. Мы предполагаем, что общее количество двухуровневых атомов равно 6×10^5 , скорости релаксации поляризации атомов, инверсии населенности атомов и амплитуды ЭМ поля равны $\gamma_\sigma = 10^{-2}\omega_{TLS}$, $\gamma_D = 10^{-6}\omega_{TLS}$, и $\gamma_a = 0.9 \times 10^{-4}\omega_{TLS}$, соответственно, а константа связи равна $\Omega_0 = 4.7 \times 10^{-5}\omega_{TLS}$. Мы используем уравнения Максвелла-Блоха (2.20)-(2.22) для моделирования эволюции интенсивности лазерного излучения в системе.

Пусть изначально скорость накачки превосходит пороговое значение. После установления стационарного режима генерации накачку следует отключить. После этого напряженность ЭМ поля, поляризация атомов и инверсия населенности активной среды начинают затухать. Скорость релаксации инверсной населенности обычно намного ниже, чем скорости релаксации электромагнитного поля в резонаторе и поляризации активных атомов (т. е. $\gamma_D \ll \gamma_\sigma, \gamma_a$) [122, 123]. По этой причине в любой момент времени t_c затухание амплитуд электромагнитных мод a_n , и поляризации атомов σ_m можно рассматривать как локальное изменение при постоянной во времени инверсии населенностей. Для этого в ряде Тейлора для $D_m(t)$ мы сохраняем только член нулевого порядка $D_m^{(c)} = D_m(t_c)$. Тогда, вблизи t_c , уравнения (2.20) и (2.21) для амплитуд электромагнитных мод a_n , и поляризации атомов σ_m , становятся линейными и могут быть записаны в матричной форме следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_{-\infty} \\ \dots \\ a_{\infty} \\ \sigma_1 \\ \dots \\ \sigma_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_a/2 - i\Delta_{-\infty} & \dots & 0 & -i\Omega_{-\infty 1} & \dots & -i\Omega_{-\infty N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -\gamma_a/2 - i\Delta_{\infty} & -i\Omega_{\infty 1} & \dots & -i\Omega_{\infty N} \\ i\Omega_{-\infty 1} D_1^{(c)} & \dots & i\Omega_{-\infty N} D_N^{(c)} & -\gamma_{\sigma}/2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i\Omega_{\infty 1} D_1^{(c)} & \dots & i\Omega_{\infty N} D_N^{(c)} & 0 & \dots & -\gamma_{\sigma}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{-\infty} \\ \dots \\ a_{\infty} \\ \sigma_1 \\ \dots \\ \sigma_N \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

В конечном счете, мы можем ввести мгновенные собственные частоты ω_j и собственные состояния, являющиеся функциями инверсии населенности $D_m^{(c)} = D_m(t_c)$. Отметим, что мгновенные значения $D_m(t = t_c)$ находятся из решения полной системы уравнений Максвелла-Блоха (2.20)-(2.22).

Теперь перейдем к эволюции мгновенных собственных состояний и собственных частот, начиная со стационарного состояния генерации. Это означает, что сразу после выключения накачки собственная частота, соответствующая особому состоянию, должна быть на действительной оси (см. рис. 2.11). Остальные собственные частоты лежат вблизи линии $\omega = -i\gamma_a$.

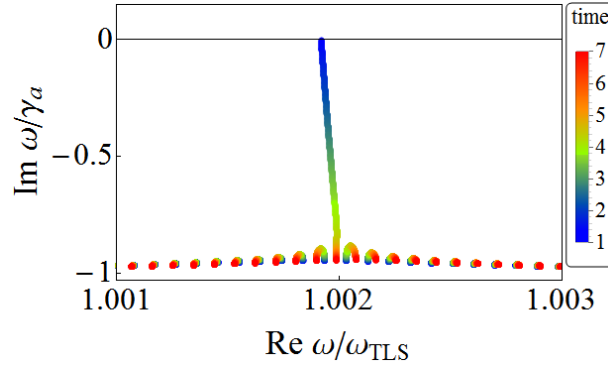


Рис. 2.11. Траектории собственных частот в комплексной частотной плоскости после выключения накачки.

В процессе релаксации системы мнимая часть мгновенной собственной частоты особого состояния уменьшается (рис. 2.12а), и собственная частота быстро перемещается вниз в плоскости комплексных частот. При этом мгновенные собственные частоты других собственных состояний поднимаются вверх (рис. 2.11). По движению собственных частот можно определить след ИТ. В некоторый момент времени t_{pre} мгновенные собственные частоты особого состояния и соседнего собственного состояния сближаются на минимальное

расстояние (см. рис. 2.11), а скалярное произведение этих собственных состояний принимает максимальное значение (рис. 2.12б). Это и есть момент времени, когда наблюдается след ИТ и предпорог генерации. При $t > t_{pre}$ мнимые части собственных частот всех собственных состояний уменьшаются (рис. 2.12а). Обратите внимание, что скорость этого уменьшения значительно ниже, чем скорость уменьшения для особого состояния при $t < t_{pre}$.

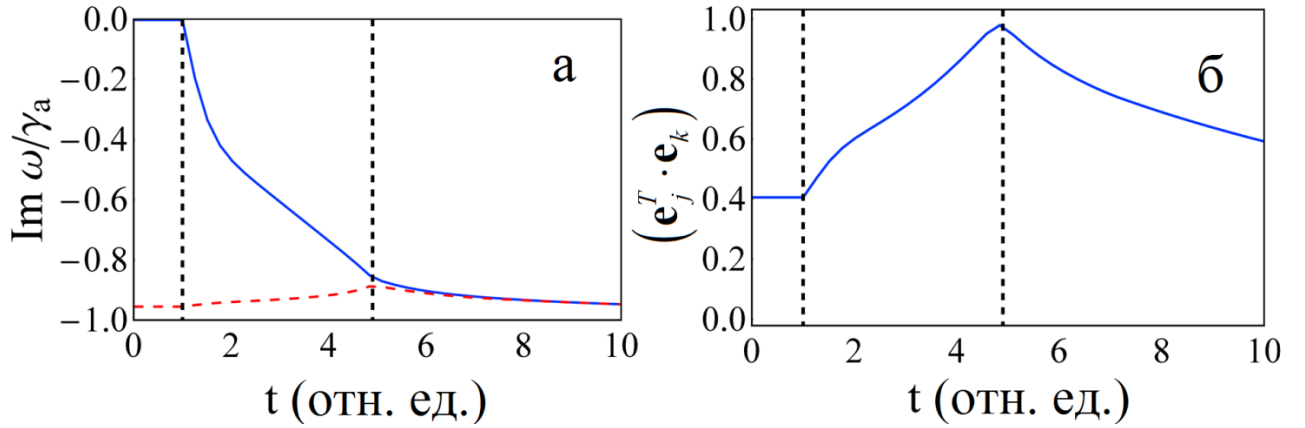


Рис. 2.12. Зависимость от времени (а) мнимых частей мгновенных собственных частот двух сливающихся мод и (б) скалярного произведения двух сливающихся мод.

К сожалению, движение мгновенных собственных частот ω_j невозможно измерить непосредственно в эксперименте. Однако изменение мнимой части собственных частот влияет на скорость релаксации энергии ЭМ поля $I(t) \sim \sum_n |a_n(t)|^2$, которая уже поддается измерению.

Решая уравнения (2.20)-(2.22), получаем зависимость $I(t)$ (рис. 2.13а). В момент выключения накачки распределение ЭМ поля в лазере совпадает с таковым в особом состоянии. В процессе эволюции системы распределение ЭМ поля меняется незначительно, оставаясь практически таким же, как в особом состоянии. Скорость релаксации напряженности ЭМ поля определяется мнимой частью собственной частоты особого состояния. Изменение мнимой части приводит к изменению скорости релаксации энергии ЭМ поля. В результате напряженность электромагнитного поля неэкспоненциально спадает с течением времени (рис. 2.13а) до тех пор, пока не будет достигнут предпороговый уровень ($t < t_{pre}$). После пересечения предпорога генерации мнимая часть особая мода исчезает, поэтому мнимые части всех собственных частот становятся практически одинаковыми и равны γ_a (рис. 2.12а). Таким образом, ниже предпорога энергия ЭМ поля экспоненциально затухает со временем (рис. 2.13а). Таким образом, переход от неэкспоненциального затухания к экспоненциальному можно

интерпретировать как прохождение системой порога генерации. Обратите внимание, что изменение динамики электромагнитного поля не сопровождается изменением динамики инверсии населенности, которая медленно уменьшается со временем (рис. 2.13б).

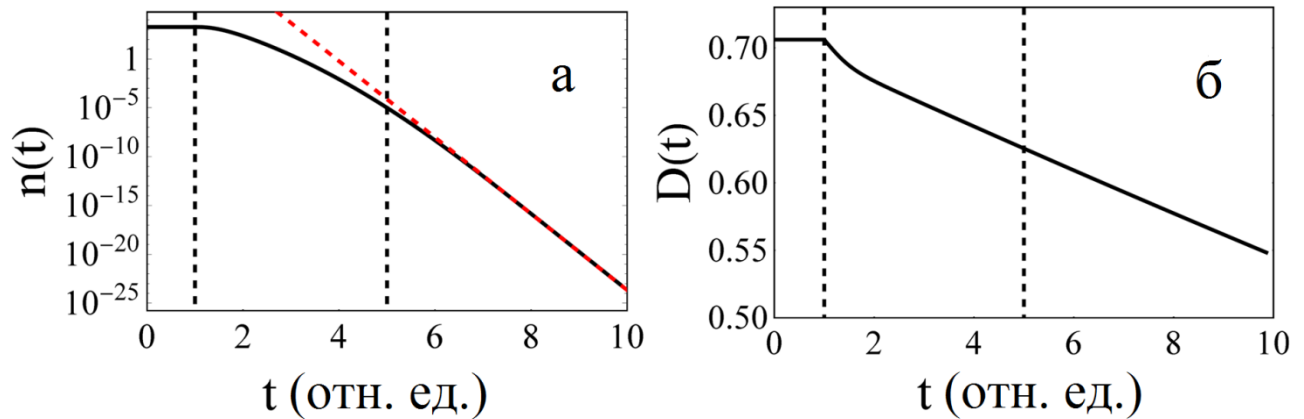


Рис. 2.13. Временные зависимости (а) энергии ЭМ поля и (б) инверсии населенности активных частиц. Вертикальные черные пунктирные линии слева и справа показывают моменты времени, в которые лазер пересекает порог генерации и предпорог соответственно. Красная пунктирная линия показывает экспоненциальный спад с декрементом γ_a .

2.8 Выводы

Таким образом, в данной главе показано, что в обычных лазерных системах без особой симметрии помимо обычного порога генерации существует предпорог генерации, при котором рождается особое состояние. На предпороге генерации резко меняется спектр собственных состояний. На предпороговом уровне две собственные моды сливаются, образуя ИТ или приближаясь друг к другу (след ИТ). Выше предпорога генерации объединенные собственные моды снова расщепляются, и время жизни особого состояния продолжает увеличиваться. При этом время жизни всех остальных собственных состояний остается малым. Когда скорость накачки достигает порога генерации, в особом состоянии начинается генерация. Остальные собственные состояния в генерации не участвуют. Таким образом, выше предпорога генерации лазер переходит в одномодовый режим.

Показано, что существование предпорога генерации (и ИТ) связано с природой собственных состояний лазерной системы, которые представляют собой гибридные состояния, состоящие из электромагнитных мод и поляризации атомов. Ниже предпорога увеличение скорости накачки лишь незначительно увеличивает поляризационный вклад в собственные состояния. Выше предпорога вклад поляризации атомов в особое собственное

состояние быстро увеличивается с увеличением скорости накачки, в то время как вклад поляризации атомов в другие собственные состояния уменьшается. В результате в особом гибридованном состоянии связь между ЭМ полем и активными атомами усиливается, что приводит к снижению порога генерации для этого состояния.

Показано, что предпороговый режим генерации имеет место в лазерах с резонаторами и без резонаторов. В лазерах, в которых на ширину линии излучения атома приходится несколько мод резонатора, имеется несколько предпорогов генерации, на каждом из которых формируются различные особые состояния. Когда скорость накачки превышает предпороги генерации, эти особые состояния ведут себя как обычные лазерные моды. В частности, с увеличением скорости накачки частоты особых состояний подтягиваются к частоте перехода активной среды.

Известно, что из-за конкуренции мод работу лазера выше порога генерации часто можно рассматривать как одномодовую систему [120, 136]. Однако полученный в диссертации результат показывает, что переход в одномодовый режим происходит ниже порога, при предпороговой накачке. Одномодовый режим при этом появляется из-за конкуренции гибридованных мод атом-поле.

Глава 3

Исследование когерентных свойств излучения активных сред с пренебрежимо малым отражением

3.1 Функция когерентности второго порядка для беззеркальных систем без предпорога

Недавние успехи в областях микроскопии и квантовой криптографии повысили интерес к когерентным свойствам источников света. Одной из ключевых характеристик когерентности излучения является функцией когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$. Значение этой функции позволяет различать когерентное излучение лазеров с $g^{(2)}(0) \approx 1$ от других источников света, для которых $g^{(2)}(0)$ больше (например, для излучения черного тела $g^{(2)}(0) = 2$) или меньше единицы (например, для излучения однофотонных источников $g^{(2)}(0) = 0$). В данном параграфе изучаются когерентные свойства усиленного спонтанного излучения (УСИ) как возможного источника некогерентного излучения, необходимого в различных приложениях, в частности, для двухфотонной интерферометрии [5, 6]. Благодаря появлению новых флуоресцентных материалов с высоким коэффициентом усиления и квантовым выходом, возрастает интерес к недорогим источникам света, использующим явление УСИ. Излучение от такого источника возникает за счет спонтанного излучения одиночных атомов, затем это излучение усиливается за счет вынужденных переходов инвертированных атомов, встречающихся на пути этого спонтанного излучения. На данный момент отсутствует теория, описывающая функцию когерентности второго порядка для УСИ. Современные эксперименты с источниками УСИ дают противоречивые результаты со значениями $g^{(2)}(0)$ для УСИ от одного до двух. В диссертации при помощи численного моделирования показано, что для УСИ $g^{(2)}(0)$ не зависит от мощности накачки и примерно равно двум, а следовательно, когерентные свойства УСИ близки к свойствам теплового излучения. Этот результат открывает путь к использованию УСИ в качестве источников, подходящих для двухфотонной интерферометрии.

3.1.1 Введение

Развитие квантовых технологий привело к появлению ряда приложений, требующих определенных когерентных свойств источника излучения [22, 23, 137, 138]. Одним из таких

приложений является квантовая криптография, для которой используются источники с субпуассоновским распределением фотонов [22, 23, 137]. Еще одно важное приложение – двухфотонная интерферометрия, где требуется источник излучения с суперпуассоновской статистикой фотонов [25-27].

Численно степень когерентности излучения характеризуется функцией когерентности второго порядка, $g^{(2)}(0) = \langle \hat{I}(t)\hat{I}(t+\tau) \rangle / \langle \hat{I}(t) \rangle^2$, где $\hat{I}(t)$ – оператор интенсивности излучения. Когерентный лазерный свет имеет пуассоновское распределение фотонов, для которого $g^{(2)}(0)$ равна единице. В то время как черное тело и однофотонный источники имеют суперпуассоновское и субпуассоновское распределение фотонов, для которого $g^{(2)}(0)$ равна двум и нулю, соответственно.

Ниже речь пойдет об источниках света, имеющих суперпуассоновскую статистику фотонов, для которых $g^{(2)}(0) > 1$. В настоящее время в качестве такого источника излучения используются либо лазеры с вращающимися зеркалами [25, 27, 139] со значением $g^{(2)}(0)$ от 1.25 до 1.9, либо некогерентные лампы с частотным фильтром [140, 141], которые имеют значение $g^{(2)}(0)$ около 1.05. Однако эти источники имеют малую эффективность и широкую диаграмму направленности [142]. Поэтому в настоящее время источники УСИ считаются наиболее перспективными [143].

УСИ используется во многих устройствах, включая диоды [144], дисплеи [145], фотонные средства коммуникации [146], а также субволновые источники света [147]. Недавно было предложено использовать источники УСИ в качестве альтернативы лазерам и некогерентным лампам при получении изображения с помощью двухфотонной интерферометрии [143]. Широкое использование УСИ также обусловлено обнаружением новых люминесцентных материалов с высоким коэффициентом усиления и квантового выхода, таких как галогенид свинца [148, 149] и перовскиты [150, 151]. Недорогое производство источников УСИ и широкий диапазон длин волн излучения света обеспечили популярность этих источников при создании оптоэлектронных и оптических запоминающих устройств [152].

УСИ, или суперлюминесценция, испускается активной средой, накачиваемой некогерентным излучением. При накачке активной среды один из возбужденных атомов самопроизвольно испускает фотон. Перед тем как покинуть активную среду, этот фотон вызывает на своем пути вынужденное излучение инвертированных атомов [153-155]. Таким

образом, УСИ появляется в результате взаимодействия спонтанного и вынужденного излучений.

Источники УСИ имеют ряд общих черт с обычными лазерами. Так, из-за потерь в системе усиление электромагнитных (ЭМ) волн, распространяющихся по активной среде, происходит лишь тогда, когда скорость накачки превышает определенное значение, называемое порогом компенсации. Дальнейшее увеличение скорости накачки приводит к экспоненциальному увеличению интенсивности электромагнитных волн, $I(t)$, распространяющихся через инвертированную среду. При больших напряженностях ЭМ поля из-за насыщения инверсной населенности активной среды увеличение усиления с ростом накачки замедляется, и рост $I(t)$ становится линейным. Таким образом, как и в лазерах, кривая генерации УСИ источников имеет s-образную форму, и существует три режима накачки: 1) ниже порога компенсации, где ключевую роль играет спонтанное излучение атомов, а электромагнитные волны затухают при распространении волны через активную среду; 2) выше порога насыщения, где рост напряженности ЭМ поля с мощностью накачки линейный; 3) промежуточный режим, где увеличение скорости накачки приводит к экспоненциальному увеличению $I(t)$.

Кроме того, в источниках УСИ для частот, близких к частоте перехода инвертированных атомов, усиление электромагнитной волны максимально. Это приводит к сужению спектральной ширины линии излучения УСИ выше порога компенсации. Сходными чертами обладают и лазеры, где ширина линии падает с ростом накачки.

С другой стороны, некоторые свойства источников УСИ отличаются от свойств обычных лазеров. В отличие от лазерной генерации, где происходит затягивание частоты, в УСИ источниках частота излучения совпадает с частотой перехода активной среды. Это происходит потому, что в УСИ нет обратной связи, и отсутствуют автоколебания.

Однако когерентные свойства УСИ не изучены до конца. А именно, отсутствует теория, объясняющая статистику испускаемых фотонов при УСИ. Причиной этому служит высокая сложность измерения статистики испускаемых фотонов из-за широкого спектрального диапазона излучения [142]. Недавние эксперименты дали противоречивые результаты. Например, в [156] было показано, что выше порога, $g^{(2)}(0)$ примерно равно единице, что характеризует УСИ как когерентное излучение, в то время как в [143, 157] получено, что $g^{(2)}(0) = 2$, что характерно для теплового излучения.

В данной работе мы исследуем зависимость функции когерентности второго порядка источников УСИ от скорости накачки. С помощью компьютерного моделирования показано,

что источники УСИ обладают суперпуассоновским распределением фотонов с $g^{(2)}(0) > 1$ при любом значении скорости накачки. Даже при высоких скоростях накачки, обеспечивающих насыщение инверсной населенности, $g^{(2)}(0)$ остается близкой к 2. Таким образом, когерентные свойства УСИ отличаются от таковых у лазеров.

3.1.2 Излучение активной среды с пренебрежимо малым отражением

Как упоминалось выше, основной характеристикой, позволяющей экспериментально отличить когерентное излучение лазера от некогерентного излучения черного тела, является функция когерентности второго порядка $g^{(2)}(\tau)$. Значение $g^{(2)}(\tau)$ для любого источника излучения стремится к единице при $\tau \geq 1/\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ - ширина линии излучения источника. Следовательно, время отклика экспериментальной установки t_r должно быть меньше, чем $1/\Delta\omega$. Если $t_r > 1/\Delta\omega$ измеренное значение $g^{(2)}(0)$ будет около единицы для любого источника. По этой причине в экспериментах по измерению $g^{(2)}(\tau)$ спектр исследуемого источника сужается частотными фильтрами. Поэтому в диссертации изучается функция когерентности второго порядка на фиксированной частоте, $g^{(2)}(\omega, \tau) = \langle I_\omega(t) I_\omega(t + \tau) \rangle / \langle I_\omega(t) \rangle^2$, где I_ω - выходная интенсивность на частоте ω . Используя выражения $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \sum_i \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) \hat{a}_i(t)$ и $I(\mathbf{r}, t) = \langle \hat{\mathbf{E}}^\dagger(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \rangle$ [1], мы получаем следующее выражение для $g^{(2)}(\omega_i, \tau)$:

$$g^{(2)}(\omega_i, \tau) = \frac{\langle \hat{a}_i^\dagger(t_{st}) \hat{a}_i^\dagger(t_{st} + \tau) \hat{a}_i(t_{st} + \tau) \hat{a}_i(t_{st}) \rangle}{\langle \hat{a}_i^\dagger(t_{st} + \tau) \hat{a}_i(t_{st} + \tau) \rangle \langle \hat{a}_i^\dagger(t_{st}) \hat{a}_i(t_{st}) \rangle} \quad (3.1)$$

Наиболее важно значение автокорреляционной функции второго порядка при нулевой расстройке, $g^{(2)}(\omega_i, 0) = \langle \hat{a}_{cc}^i(t) \hat{a}_{cc}^i(t) \hat{a}^i(t) \hat{a}^i(t) \rangle / \langle \hat{a}_{cc}^i(t) \hat{a}^i(t) \rangle^2$, и именно эта величина исследуется в рамках численного моделирования уравнений Гейзенберга-Ланжевена (2.17)-(2.19).

В качестве модели источника УСИ используется одномерный волновод длиной $L_0 = 1800\lambda$, содержащий область размером $L = 140\lambda$, заполненную атомами усиливающей среды (см. рис. 3.1). Эта область некогерентно накачивается, чтобы создать положительную инверсию населенности. Для краткости мы используем длину волны λ и обратную частоту перехода ДУС $1/\omega_{LS}$ как единицы длины и времени соответственно. Усиливающая среда разделена на субволновые ячейки моделирования размера $\Delta x = 0.1\lambda$ (общее количество ячеек - 1400). Электромагнитное поле моделируется 400 модами с равноудаленными частотами в

интервале $(0.94, 1.06)$. Параметры выбраны близкими к реальным активным средам на основе красителя R101. Скорости релаксации равны $\gamma_a = 2 \times 10^{-3} \omega_{TLS}$, $\gamma_{deph} = 5.2 \times 10^{-2} \omega_{TLS}$, и $\gamma_D = 10^{-6} \omega_{TLS}$, а скорость накачки изменяется в пределах интервала $\gamma_p = (2 \times 10^{-7} - 3 \times 10^{-5}) \omega_{TLS}$. Константа связи равна $\Omega_{ik} = 1.8 \times 10^{-6} \omega_{TLS} \cos(2\pi x_k / \lambda_i)$, где x_k - координата k -й ячейки, а λ_i - длина волны i -ой моды.



Рис. 3.1. Схема источника УСИ на основе одномодового волновода. Активная среда в центральной области волновода (красная область) длиной L некогерентно накачивается внешним источником; активная среда за пределами этой области не накачивается.

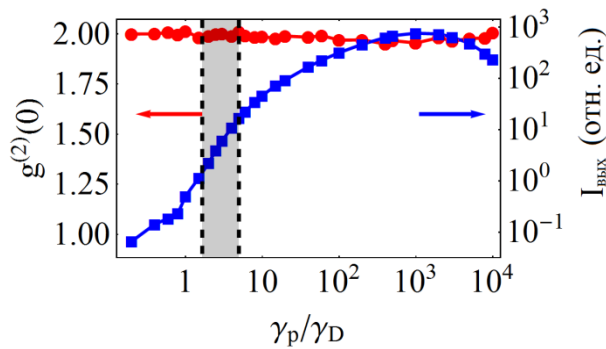


Рис. 3.2. Интенсивность ЭМ излучения на границе активной среды (синяя линия) и функция когерентности второго порядка, $g^{(2)}(0)$ (красная линия). Левая вертикальная пунктирная линия показывает порог компенсации, при котором накачка компенсирует потери в активной среде. Правая вертикальная пунктирная линия представляет собой скорость накачки, при которой система переходит в нелинейный режим из-за существенного насыщения активной среды. В этом режиме выходная мощность линейно зависит от мощности накачки [153]. Заштрихованная область показывает переходную область, в которой увеличение скорости накачки приводит к экспоненциальному увеличению интенсивности излучения.

Численное моделирование подтверждает, что кривая генерации источника УСИ имеет s-образную форму (синяя линия на рис. 3.2), аналогичную интенсивности обычного лазерного излучения. S-образная форма кривой генерации источников УСИ возникает из-за нелинейности усиления активной среды. Так, при малой мощности накачки потери на распространение в

волноводе превышают усиление активной среды. В этом режиме электромагнитные волны экспоненциально затухают при распространении через структуру, а выходная мощность линейно увеличивается с ростом мощности накачки. При большей мощности накачки коэффициент усиления превышает потери на распространение, и ЭМ волны экспоненциально усиливаются по мере распространения, но насыщение активной среды незначительно (см. заштрихованную область на рис. 3.2). Дальнейшее увеличение накачки приводит к насыщению активной среды, и зависимость выходной мощности от мощности накачки снова становится линейной. Переходная область, где наблюдается экспоненциальный рост выходной мощности, называется порогом УСИ [153]. Вблизи этой области в кривой генерации наблюдается перегиб (см. рис. 3.2).

Хотя в пределах переходной области выходная интенсивность увеличивается на два порядка, как показано синей линией на рис. 3.2, значение функции когерентности второго порядка излучения УСИ при этом не зависит от скорости накачки (см. красную линию на рис. 3.2) и составляет около 2, что существенно отличается от когерентного света, для которого $g^{(2)}(0) = 1$.

На рис. 3.3 (а), (б) и (в), (г), спектральное распределение числа фотонов $n(\omega)$ и $g^{(2)}(\omega, 0)$ показаны ниже и выше перегиба кривой генерации. При малых скоростях накачки спектр системы подобен спектру одиночного атома активной среды (рис. 3.3а). Для мощностей накачки, которые выше, чем в переходном режиме, спектр излучения системы значительно сужается (рис. 3.3в). Наблюдаемое сужение является обусловлено частотной дисперсией коэффициента усиления активной среды. Сходное сужение спектра наблюдается и в лазере. В то же время видно, что, несмотря на сужение линии спектра, для любой моды $g^{(2)}(\omega, 0) \approx 2.0$ независимо от частоты (рис. 3.3б и 3.3г). Как мы обсудим ниже, это отличает УСИ от лазерного излучения.

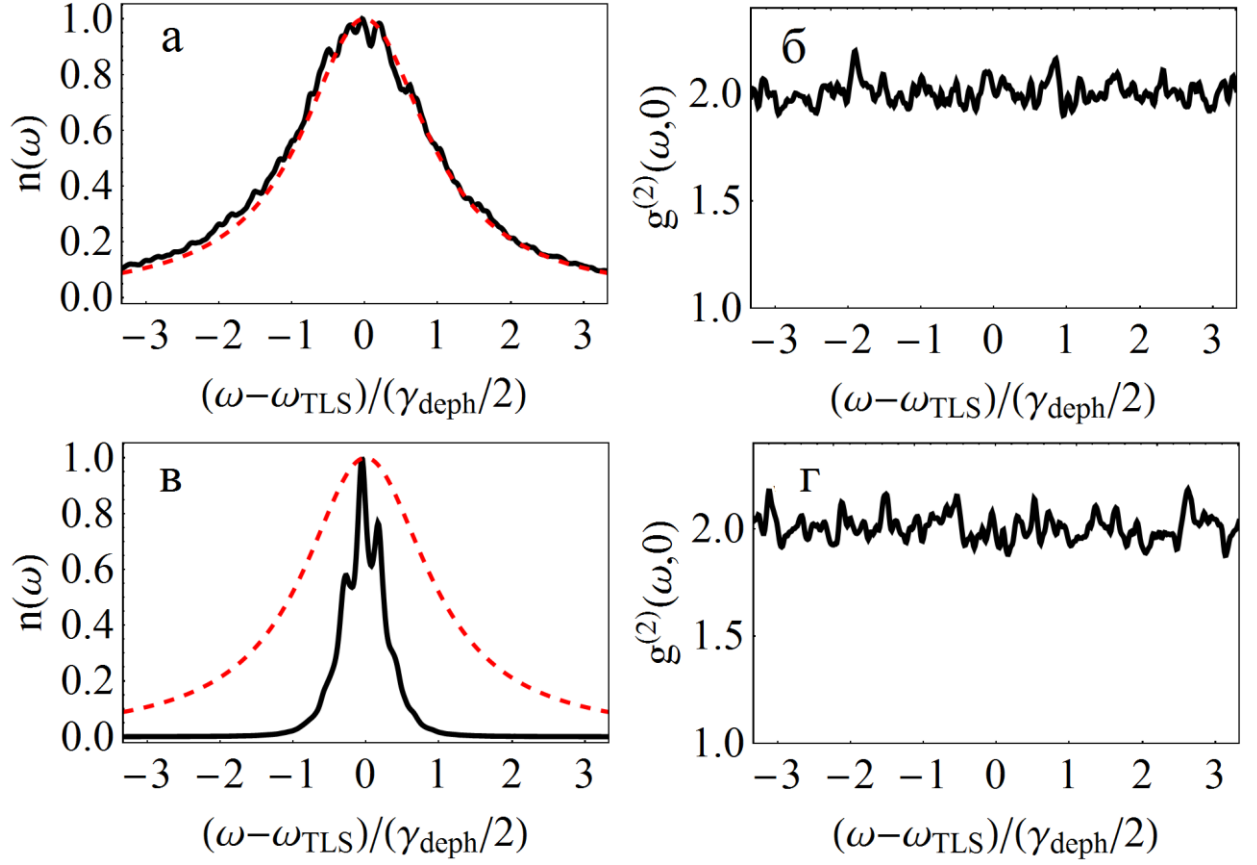


Рис. 3.3. Нормированный спектр и $g^{(2)}(\omega, 0)$ (черная кривая) источника УСИ для скоростей накачки, равных γ_D (рис. (а) и (б)) и $20\gamma_D$ (рис. (в) и (г)), что соответствует скоростям накачки ниже и выше перегиба кривой генерации. Красные кривые показывают линию поглощения среды. Спектр находится путем вычисления интеграла Фурье корреляционной функции первого порядка $\langle a_{cc}^i(t_{st} + \tau) a^i(t_{st}) \rangle$. $g^{(2)}(\omega, 0)$ находится с помощью уравнения (3.1). Частота измеряется в единицах ширины линии поглощения активной среды.

Таким образом, как показано на рис. 3.2 и 3.3б, 3.3г, $g^{(2)}(0)$ не зависит ни от скорости накачки, ни от частоты, и составляет около 2. Это означает, что когерентные свойства излучения УСИ существенно отличаются от свойств лазеров и близки к тепловому излучению черного тела.

3.1.3 Лазерное излучение

Чтобы проверить корректность используемых методов, мы добавляем зеркала в систему, показанную на рис. 3.1, и выполняем расчеты, аналогичные рассмотренным выше. Ожидается, что благодаря зеркалам сформируется положительная обратная связь, и в системе начнется

когерентная генерация. Известно, что в лазере величина $g^{(2)}(0)$ зависит от скорости накачки [120]: ниже порога генерации $g^{(2)}(0)$ должно быть близко к двум, выше порога должно стремиться к единице с ростом накачки. Наше компьютерное моделирование подтверждает это предположение.

На рис. 3.3 показана зависимость выходной мощности системы от скорости накачки. Эта зависимость имеет ярко выраженную s-образную форму (синяя линия). Порог генерации лазера (перегиб на s-образной кривой) возникает из-за трех режимов работы лазера. Так, при малых скоростях накачки потери усиления излучения в активной среде недостаточно для компенсации потерь в волноводе и зеркалах, и генерации не наблюдается. При промежуточных скоростях накачки в системе начинаются автоколебания, но спонтанное излучение преобладает над когерентным. Начало автоколебаний определяется порогом Максвелла-Блоха в системе без шума. При дальнейшем увеличении скорости накачки мощность когерентного излучения начинает превосходить мощность спонтанного.

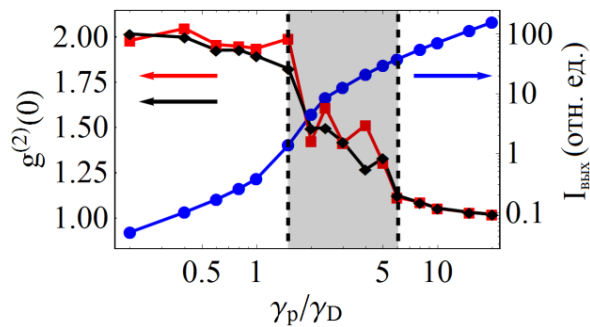


Рис. 3.4. Функция когерентности двух доминирующих мод резонатора (красная и черная кривые) и кривая генерации (синяя кривая) лазера. Кривые получены в результате решения уравнений Максвелла-Блоха с шумом. Левая вертикальная пунктирная линия показывает порог генерации, определяемый из уравнений Максвелла-Блоха без шума. Правая вертикальная пунктирная линия соответствует скорости накачки, начиная с которой $g^{(2)}(0) - 1$ обратно пропорционально среднему количеству фотонов. Серой штриховкой отмечен переходный режим лазера. Параметры активной среды такие же, как для системы УСИ на рис. 3.3.

Амплитудный коэффициент отражения зеркал равен 0,8.

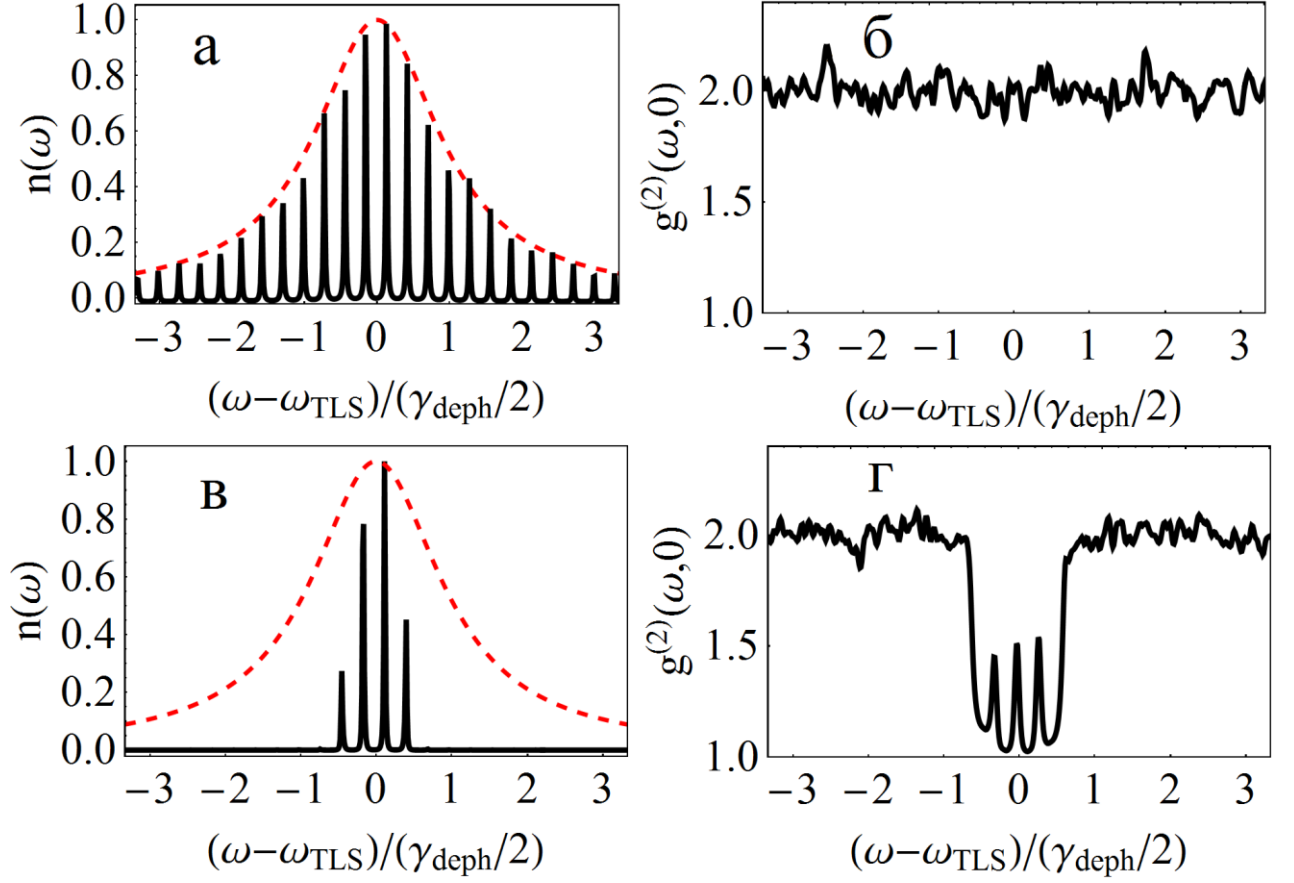


Рис. 3.5. Спектры и $g^{(2)}(\omega, 0)$ лазерного излучения при скоростях накачки $\gamma_p = \gamma_D$ (ниже лазерного порога, рис (а) и (б)) и $\gamma_p = 20\gamma_D$ (выше лазерного порога, рис (в) и (г)).

Ниже порога генерации в спектре системы появляется большое количество линий, соответствующих модам Фабри-Перо резонатора (рис. 3.5а). Значение $g^{(2)}(0)$ для всех мод примерно равно 2 (рис. 3.5б). Это близко к $g^{(2)}(0)$ излучения системы без зеркал (рис. 3.3б). С другой стороны, значительно выше порога генерации в спектре есть четыре линии. Эти линии находятся на собственных частотах резонатора Фабри-Перо, которые наиболее близки к частоте перехода активной среды и, следовательно, имеют самые низкие значения порогов. Для этих мод $g^{(2)}(0)$ близка к 1, а для всех остальных мод $g^{(2)}(0)$ остается около 2.

Вблизи порога генерации уравнения (2.17)-(2.19) дают большие флуктуации $g^{(2)}(0)$. Это происходит потому, что вблизи порога поведение лазера аналогично фазовому переходу второго рода [21, 121], при котором система испытывает сильные флуктуации вблизи критической точки [158]. В нашем случае критическая область соответствует скоростям накачки между $\gamma_p = 1.5\gamma_D$ и $6\gamma_D$ (заштрихованная область на рис. 3.4).

Таким образом, в системе с зеркалами наблюдается ярко выраженный порог генерации. Наши расчеты показывают, что ниже порога генерации $g^{(2)}(0)$ для всех мод значительно примерно равна 2, а выше порога для мод, в которых происходит генерация, $g^{(2)}(0)$ стремится к единице. $g^{(2)}(0)$ уменьшается только для собственных мод системы с зеркалами и только при наличии когерентной обратной связи, что согласуется с известным поведением лазера [21]. Таким образом, решение уравнений (2.17)-(2.19) согласуется с известными предсказаниями теории лазеров, что служит подтверждением корректности результатов, полученных для УСИ.

3.1.4 Выводы

В данном параграфе мы рассмотрели когерентные свойства УСИ в системе с накачиваемой активной средой без зеркал, а также поведение многомодового лазера. Мы показываем, что поведение функций когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ существенно отличаются для этих двух систем. У УСИ $g^{(2)}(0)$ остается равной 2 при любой накачке, в то время как для лазерного излучения наблюдается постепенное изменение $g^{(2)}(0)$ от 2 до 1 выше пороговой накачки. Таким образом, выше порога функции когерентности второго порядка УСИ и лазера различны. Различие обусловлено отсутствием обратной связи при УСИ.

Полученный результат позволяет по функции когерентности второго порядка обнаружить наличие положительной обратной связи в системе. Например, известно, что в межзвездных газах [159-161] и планетных атмосферах [162, 163] происходит усиление электромагнитных волн за счет вынужденного излучения. Такие источники излучения называют астрофизическими мазерами или лазерами. В работах [161, 164] утверждается, что такие источники работают как лазеры на основе случайных сред ($g^{(2)}(0) \approx 1$). Альтернативным механизмом может быть явление УСИ [165] ($g^{(2)}(0) \approx 2$). Исследование функции когерентности второго порядка излучения астрофизического «мазера» могло бы пролить свет на реальный механизм образования подобных явлений. В свою очередь, знание механизма может позволить оценить концентрацию рассеивателей (молекул, атомов или ионов) в таких облаках.

Помимо фундаментального значения, различие между УСИ и лазерным излучением имеет практическое значение. Например, для двухфотонной интерферометрии необходимы источники света с фотонами с суперпуассоновским распределением. В настоящее время в роли таких источников используются либо лазеры с вращающимися заземленными стеклами [25, 27, 139], которые имеют значение $g^{(2)}(0)$ от 1,25 до 1,9, либо некогерентные лампы с частотным

фильтром [140, 141], которые имеют значение $g^{(2)}(0)$ около 1,1. В данном параграфе показано, что функция когерентности второго порядка источников УСИ составляет около 2, что близко к когерентности лазеров с вращающимися зеркалами. Однако источники УСИ намного проще и легче в изготовлении, чем лазеры, что делает их более перспективными источниками для двухфотонной интерферометрии [166].

3.2 Функция когерентности второго порядка для беззеркальных систем с предпорогом

3.2.1 Введение

Излучение совокупности некогерентно накачиваемых атомов в системе без резонатора обычно называют усиленным спонтанным излучением (УСИ) или суперлюминисценцией [153]. Такое излучение имеет место в различных физических системах – от так называемых космических лазеров до суперлюминесцентных диодов [152, 159, 167-171]. В таких системах фотон, спонтанно испускаемый одним из возбужденных атомов, вызывает вынужденное излучение других возбужденных атомов, находящихся на пути выхода из системы первого фотона [153, 154, 171]. Таким образом, УСИ является результатом взаимодействия вынужденного и спонтанного излучения, что отличает его от лазерного излучения в режиме генерации, которое связано сугубо с вынужденным излучением. Тем не менее, оба вида излучения имеют ряд общих черт.

Во-первых, как в лазерной системе, так и в УСИ источниках наблюдается сужение линии выходного излучения с ростом накачки. Во-вторых, как и в случае лазерной генерации, интенсивность УСИ имеет S-образную зависимость от скорости накачки (см., например, [153]). Однако эти особенности УСИ могут быть объяснены нелинейным усилением излучения (см. параграф 3.1 диссертации). В лазерах же данное поведение обусловлено наличием резонатора, который превращает усилитель (активную среду) в генератор когерентного излучения. Принято считать, что система без резонатора не может генерировать когерентное излучение, а в системе с малым отражением от границы может быть только некогерентное излучение (подробнее см. [172]).

В данном параграфе показано, что даже без резонатора существует механизм создания положительной обратной связи в системе с малым отражением от границы. Этот механизм возникает из-за взаимодействия мод свободного пространства с некогерентно накачиваемыми атомами, приводящего к затягиванию мод ЭМ поля на частоту перехода частиц активной

среды. Затягивание в конечном итоге приводит к увеличению плотности состояний (DOS – density of states) ЭМ поля вблизи среды, благодаря чему сила взаимодействия между активной средой и ЭМ полем значительно возрастает, и формируется обратная связь.

3.2.2 Численное моделирование

Мы используем уравнения (2.17)-(2.19), чтобы найти интенсивность, спектр и функцию когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ выходного излучения. При решении уравнений (2.17)-(2.19) мы использовали значения параметров, близкие к параметрам реальных систем на основе органических полупроводников. Активные частицы моделируются при помощи двухуровневых систем (ДУС). Частота перехода ДУС равна $\omega_{TLS} \sim 10^{15}$ рад/с, скорости релаксации $\gamma_a = 4 \times 10^{-3} \omega_{TLS}$, $\gamma_{deph} = 10^{-2} \omega_{TLS}$, и $\gamma_D = 10^{-6} \omega_{TLS}$, скорость накачки изменяется в интервале $(0, 1000\gamma_D)$. Поскольку взаимодействие мод с ДУС носит резонансный характер, мы рассматриваем конечный интервал частот $(\omega_{TLS} - 20\gamma_\sigma, \omega_{TLS} + 20\gamma_\sigma)$, в который укладывается 1600 равноудаленных по частоте мод. Длина участка активной среды $L = 35 \lambda_{TLS}$. Концентрация ДУС $n = 32 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

Чтобы охарактеризовать когерентные свойства света, мы используем функцию когерентности второго порядка, $g^{(2)}(\tau) = \langle I(t)I(t+\tau) \rangle / \langle I(t) \rangle^2$. Для некогерентного света черного тела $g^{(2)}(0) = 2$, а для лазеров $g^{(2)}(0) = 1$ [120]. Поскольку в эксперименте для измерения $g^{(2)}(0)$ спектр исследуемого источника сужается при помощи частотного фильтра [120], мы рассчитываем $g^{(2)}(\omega_{TLS}, 0) = \langle I_{\omega_{TLS}}(t)I_{\omega_{TLS}}(t) \rangle / \langle I_{\omega_{TLS}}(t) \rangle^2$ в узком частотном интервале вблизи частоты перехода активных атомов. При $GL > 5$ (G - коэффициент усиления) наша модель демонстрирует неожиданное поведение безрезонаторной системы. А именно, существует порог накачки $\gamma_{coh} > \gamma_{ASE}$, выше которого значение $g^{(2)}(\omega_{TLS}, 0)$ падает до единицы с ростом накачки, что характерно для лазеров (рис. 3.6) [172]. Сравнение показывает, что для получения генерации на пороге когерентности за счет обратной связи от резонатора амплитудный коэффициент отражения в рассматриваемой системе должен быть равен $r_{DOS} \approx 0.08$. Это намного больше, чем отражение от границ активной среды и вакуума, которое в нашей системе равно $\sim 3.7 \times 10^{-3}$.

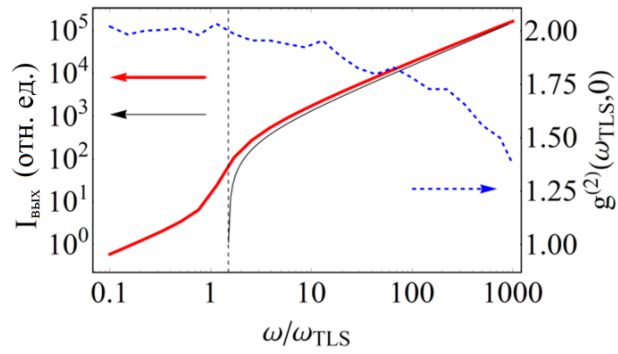


Рис. 3.6. Зависимость интенсивности выходного излучения и $g^{(2)}(\omega_{TLS}, 0)$ от скорости накачки для безрезонаторной системы. Толстая красная кривая и тонкая черная кривая - значения выходной интенсивности, полученные путем решения уравнения Максвелла-Блоха с шумом и без шума, соответственно. Пунктирная синяя кривая - корреляционная функция второго порядка, $g^{(2)}(\omega_{TLS}, 0)$. Вертикальная пунктирная сплошная линия обозначает порог когерентности γ_{coh} .

3.2.3 Механизм безрезонаторной когерентной генерации

Как обсуждалось в предыдущем параграфе, наша модель демонстрирует неожиданный результат – генерацию в системе с УСИ без резонатора. Чтобы понять этот эффект, полезно взглянуть на хрестоматийную картину генерации в системе с резонатором с нетрадиционной точки зрения. Открытый резонатор, помещенный в свободное пространство, создает максимум локальной плотности состояний на резонансной частоте [173]. Формирующие максимум моды имеют почти одинаковые частоты и могут конструктивно интерферировать, увеличивая напряженность поля. Как следствие, возбужденные атомы более интенсивно взаимодействуют с полем, и с большей скоростью излучают фотоны, дополнительно увеличивая поле. Таким образом, появление максимума DOS служит положительной обратной связью, обеспечивающей когерентное излучение системы. Генерация связана с максимумом плотности состояний, создаваемым резонатором [173].

Ниже будет показано, что механизм положительной обратной связи за счет максимума DOS может быть реализован в системе без резонатора. Основное отличие нашего механизма от механизма, описанного в [173], заключается в том, что в системе без резонатора максимум плотности состояний создается лишь за счет взаимодействия мод свободного пространства с активной средой.

Поведение собственных мод в системе, описываемой уравнениями (2.17)-(2.19), аналогично тому, что описано в главе 2 диссертационной работы. Собственные решения

уравнений образуются гибридные моды ЭМ поля свободного пространства и атомной поляризации. Когда скорость накачки близка к нулю, эти моды слабо отличаются от мод свободного пространства, но имеют комплексные частоты. По мере увеличения скорости накачки все моды, кроме одной, лишь незначительно меняют форму и остаются сильно затухающими. Только для одной из мод затухание уменьшается до нуля, а пространственное распределение стремится к типичному распределению поля в системе с УСИ, т.е. интенсивность поля имеет минимум посередине и максимумы на краях активной области. Вне области, заполненной активной средой, интенсивность уменьшается из-за потерь в стенках волновода. Частота этой моды равна частоте перехода ДУС, а фазы пространственных гармоник, образующих такое распределение поля, фиксированы. Распределение плотности энергии ЭМ поля в этой моде для разных скоростей накачки показано на рис. 3.7. Видно, что с увеличением скорости накачки возникают максимумы ЭМ поля на границах активной среды. При достижении порога накачки мнимая часть частоты моды обращается в ноль, и возникает бифуркация Хопфа.

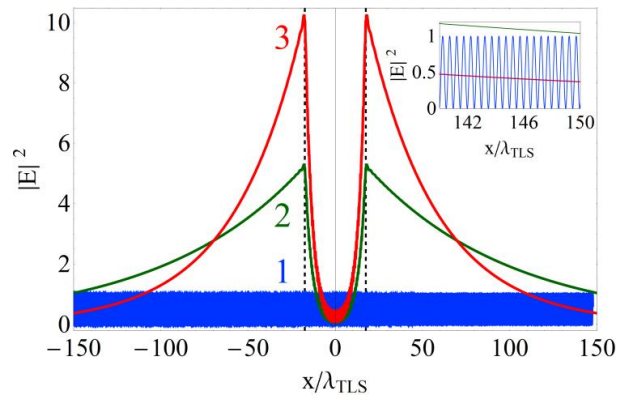


Рис. 3.7. Пространственное распределение плотности энергии электрического поля коллективной моды для различных мощностей накачки: $\gamma_p = \gamma_D$ (кривая 1), $\gamma_p = 1.35\gamma_D$ (кривая 2) и $\gamma_p = 1.48\gamma_D$ (кривая 3). На вставке показаны распределения поля в малом масштабе.

Численное моделирование системы с шумом показывает, что наличие активной среды также приводит к локальному увеличению DOS, даже если отражение от границ между активной средой и внешним пространством отсутствует. В этом случае изменение плотности состояний возникает из-за межмодового взаимодействия через атомы активной среды. Эта связь приводит к затягиванию мод свободного пространства на частоту перехода инвертированных атомов и к появлению пика в DOS системы.

Рассмотрим затягивание частот подробнее. Поскольку на частоте перехода активных атомов коэффициент усиления имеет максимум, то чем ближе к частоте перехода частота моды, тем медленнее происходит затухание моды. Следовательно, самые долгоживущие моды - это те, частота которых подтягивается к частоте перехода ДУС. Чтобы продемонстрировать это изменение частоты, мы вычислим спектр каждой пространственной гармоники. Для этого рассчитаем значения коррелятора $A_j(\tau) = \langle a_j^*(t_{st} + \tau) a_j(t_{st}) \rangle / \langle a_j^*(t_{st}) a_j(t_{st}) \rangle$ и затем спектр j -ой гармоники $S_j(\omega) = \text{Re} \int_0^\infty d\tau A_j(\tau) \exp(i\omega\tau)$ в стационарном режиме. На рис. 3.8 показаны частотные спектры гармоники с волновым вектором $k_b = 0.988\omega_{TLS}/c$ для скоростей накачки ниже, вблизи и выше порога. Ниже порога генерации (синяя пунктирная линия на рис. 3.8) спектр имеет ярко выраженный максимум при $k_b = 0.988\omega_{TLS}/c$ и существенно менее выраженный максимум при $k_{TLS} = \omega_{TLS}/c$. При увеличении прокачки первый максимум уменьшается, а второй - увеличивается. Таким образом, средняя частота пространственных гармоник смещается в сторону частоты атомного перехода (рис. 3.8, зеленая линия). Этот максимум резко возрастает при дальнейшем увеличении скорости (красная пунктирная линия на рис. 3.8). Таким образом, происходит изменение частоты пространственных гармоник с разными волновыми числами.

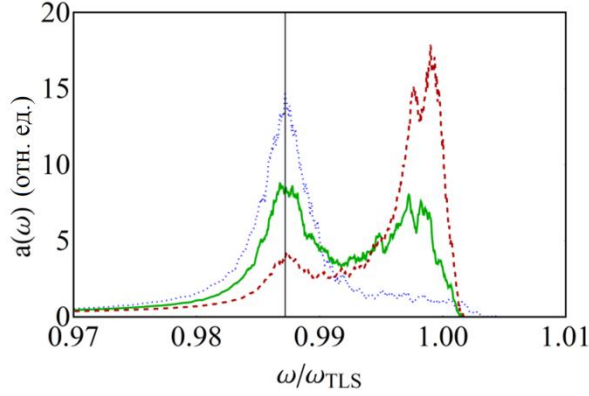


Рис. 3.8. Спектры моды свободного пространства с собственной частотой $\omega = 0.988\omega_{TLS}$ для различных мощностей накачки: $\gamma_p = \gamma_D$ (синяя пунктирная кривая), $\gamma_p = 1.5\gamma_D$ (сплошная жирная зеленая кривая) и $\gamma_p = 2\gamma_D$ (пунктирная красная кривая) для распределенной системы. Ниже порога максимум спектра находится в точке $\omega = 0.988\omega_{TLS}$ (отмечен вертикальной черной линией); с увеличением скорости накачки максимум на частоте перехода ДУС растет. $GL = 28$.

Из-за затягивания частот возникает коллективная мода, состоящая из различных пространственных гармоник и локализованная вблизи активной среды. На рис. 3.9 видно, что вблизи $k_{TLS} = \omega_{TLS} / c$ из-за затягивания частот мод свободного пространства к частоте перехода активных атомов возникает интервал волновых чисел, в котором дисперсионная кривая стремится к горизонтальной линии $\omega(k) = \omega_{TLS}$. Размер этого интервала определяется уровнем шума и стремится к бесконечности, при уменьшении шума. Уплотнение дисперсионной кривой свидетельствует об уменьшении групповой скорости $v_{gr} = \partial\omega / \partial k$, и о резком увеличении DOS, которая обратно пропорциональна v_{gr} . Такое поведение DOS можно наблюдать на рис. 3.10.

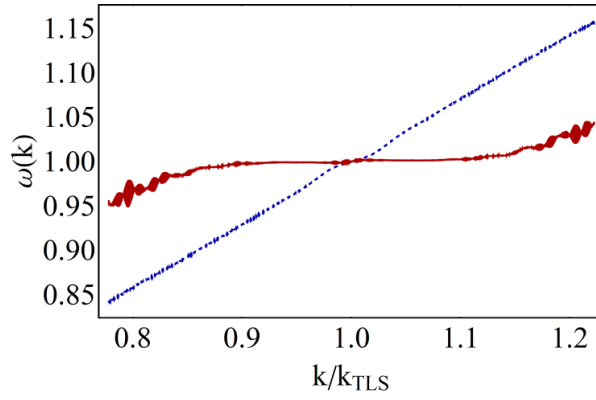


Рис. 3.9. Зависимость средней частоты мод свободного пространства от волнового числа для $\gamma_P = 2\gamma_D$ (пунктирная синяя кривая) и $\gamma_P = 1000\gamma_D$ (сплошная красная кривая).

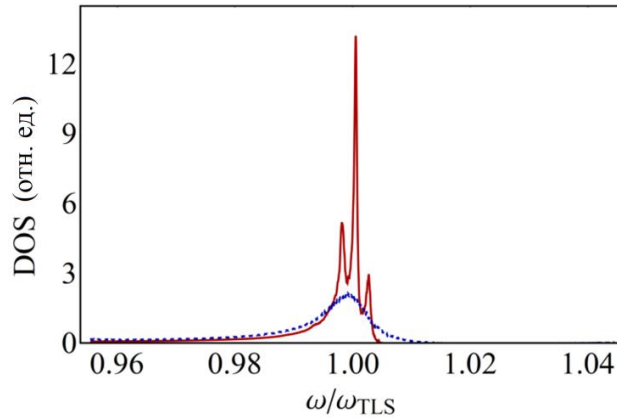


Рис. 3.10. DOS вблизи частоты перехода для $\gamma_P = 2\gamma_D$ (пунктирная синяя кривая) и $\gamma_P = 1000\gamma_D$ (сплошная красная кривая). Боковые максимумы соответствуют антисимметричным распределениям поля, которые слабее взаимодействуют с атомами.

DOS определяется посредством спектров $S_j(\omega)$ гармоник. Значение $S_j(\omega)$ рассматривается как вклад j -й гармоники в зависимость плотности состояний от частоты, т.е. $\text{DOS}(\omega) = \sum_j S_j(\omega)$ [120]. На рис. 3.10 показаны DOS для скоростей накачки вблизи и существенно выше порога генерации. Видно, что количество мод свободного пространства в интервале частот вблизи частоты перехода ДУС увеличивается. При $\gamma_P = 1000\gamma_D$ на этой частоте имеет резкий максимум. Именно данный максимум плотности состояний приводит к генерации в системе (см. также [174]). Несмотря на отсутствие резонатора, рассматриваемая система сходна с Фабри-Перо лазером, в котором максимум плотности состояний создается резонатором [173]. Однако в нашем случае максимум плотности состояний является результатом взаимодействия мод ЭМ поля с атомами активной среды.

3.2.4 Выводы

В данном параграфе показано, что выше порога когерентности γ_{coh} система без резонатора может генерировать когерентный свет. Причина когерентного излучения заключается в затагивании частот мод ЭМ поля свободного пространства к частоте перехода активных атомов. Это затагивание происходит из-за нелинейного взаимодействия мод свободного пространства с активными атомами.

Затагивание частот наблюдается как ниже, так и выше порога когерентности. Более того, коллективная мода возникает при скорости накачки, намного меньшей пороговой. Такое затагивание частоты ЭМ поля в свободном пространстве к частоте перехода активного атома приводит к появлению пика в плотности состояний системы и резкому уменьшению групповой скорости света. Это уменьшение приводит к увеличению силы взаимодействия ЭМ поля с активной средой [174], что в конечном итоге приводит к когерентной генерации в системе. Существенно, что пик в плотности состояний обусловлен взаимодействием ЭМ поля с активной средой, и не связан с наличием резонатора.

Глава 4

Универсальное условие когерентной генерации

4.1 Введение

Обычный лазер состоит из двух основных компонент: резонатора и некогерентно накачиваемой активной среды [1, 153]. Активная среда играет роль усилителя, а резонатор обеспечивает положительную обратную связь, и вместе они образуют генератор когерентного света [1, 153]. Первоначально лазеры воспринимались как комбинация усиливающей среды и отражающих границ (лазеры Фабри – Перо) [153]. Для описания их работы была предложена простая концепция прохождения света по замкнутому пути через усиливающую среду [153]. Согласно этой точке зрения [153], генерация возникает, во-первых, когда частота ЭМ волны близка к частоте перехода между рабочими уровнями активной среды, а во-вторых, когда усиление ЭМ поля активной средой превышает общие потери из-за излучения и диссипации внутри структуры лазера [153, 175].

Последующее развитие науки привело к созданию новых лазеров, к которым едва ли можно было применить концепцию прохождения света через усиливающую среду внутри резонатора. Одним из таких лазеров является лазер на основе неупорядоченных сред [176-180]. В таких лазерах роль лазерных мод играют локализованные состояния в неупорядоченной среде. Другой пример - спазер (плазмонный нанолазер) [181-184], в котором моды электромагнитного поля локализованы на плазмонных наночастицах. Кроме того, недавно было продемонстрировано, что генерация когерентного света может происходить даже в системах без резонаторов [172, 185, 186]. В [185, 186] было показано, что генерация может происходить в безрезонаторной системе на основе многослойного плазмонного волновода. Параметры слоев были выбраны так, чтобы минимизировать групповую скорость на частоте перехода активных атомов. Уменьшение групповой скорости приводит к появлению обратной связи и генерации остановленного света [185, 186]. Более того, как показано в главе 3, при достаточно большом усилении генерация может происходить даже в безрезонаторной системе без волновода [172]. В этом случае затягивание частоты, вызванное взаимодействием ЭМ полем и активной средой, приводит к формированию моды, локализованной на активной среде [172, 187]. При достаточно высокой скорости накачки в локализованной моде начинается генерация. Таким образом, даже без резонатора возможна генерация [185, 187]. В описанных выше случаях простая оценка лазерного порога, упомянутая выше, неприменима. Поэтому актуален вопрос об условии генерации, не зависящем от типа лазера.

В данной главе показано, что независимо от типа резонатора условие когерентной генерации является универсальным и определяется отношением ширины спектра активных частиц к произведению числа атомов и скорости спонтанного излучения в лазерной структуре. Показано, что резонатор не играет решающей роли в генерации и лишь снижает порог за счет увеличения скорости излучения фотонов благодаря эффекту Парселла. Снижение порога может быть достигнуто в структуре без резонатора путем настройки локальной плотности состояний электромагнитного поля, что открывает путь к созданию лазерных устройств на основе безрезонаторных систем.

4.2 Модель

Мы рассматриваем активную среду, помещенную в произвольную систему конечных размеров. Для описания этой системы мы используем подход, предложенный в [173] (см. также [172, 187, 188]). Сначала мы помещаем систему в конечный трехмерный (3D) ящик размером L_V . Мы вводим искусственную скорость релаксации γ_a для каждой моды электромагнитного поля, такую, что $\gamma_a \gg c/L_V$, где c – скорость света. Наличие искусственных потерь предотвращает влияние излучения, отраженного от границ ящика, на поведение активной среды. Затем мы записываем уравнения Максвелла–Блоха для активных атомов и мод ЭМ поля в этом конечном ящике и находим стационарное нетривиальное решение [1, 21, 153]. Наконец, мы переходим к пределу бесконечного размера ящика и нулевых искусственных потерь в ящике, чтобы получить условия генерации. В этом пределе искусственно введенные потери не влияют на порог генерации. Уравнения Максвелла–Блоха, описывающие активные атомы и моды электромагнитного поля, имеют вид (2.17)-(2.19).

Отметим, что общий вид уравнений Максвелла–Блоха (2.17)-(2.19) не зависит от конкретной конструкции лазера. Вся необходимая информация о свойствах резонатора или иной рассматриваемой оптической структуры содержится в распределении ЭМ поля в собственных модах системы. Это распределение включено в уравнения (2.17)-(2.19) с помощью констант связи Ω_{ij} [1, 21, 189]. Активная среда же описывается как ансамбль двухуровневых атомов. Трех- и четырехуровневые активные среды зачастую можно рассматривать как двухуровневые, если исключить степени свободы, соответствующие третьему или четвертому уровню [21]. Таким образом, уравнения (2.17)-(2.19) описывают все типы лазерных структур единым образом.

Сначала необходимо уточнить, что подразумевается под порогом генерации. В терминах уравнений Максвелла-Блоха (2.17)-(2.19) без шумов [1, 21] ниже определенного значения накачки стационарная амплитуда электрического поля равна нулю. Выше этого значения амплитуда электрического поля становится отличной от нуля. Поэтому данное значение принято называть порогом генерации. Поскольку уравнения Максвелла-Блоха (2.17)-(2.19) без шумовых членов являются детерминированными, электромагнитное поле, вычисленное по этим уравнениям, имеет нулевую ширину линии, а функция когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ равна 1. Таким образом, выше порога генерации (определяемого как скорость накачки, при которой достигается ненулевая стационарная амплитуда) излучение сразу становится полностью когерентным, как и следовало ожидать от этой модели.

Однако, ситуация усложняется если принять во внимание шумовые члены в уравнениях (2.17)-(2.19). Амплитуда электрического поля отлична от нуля как ниже, так и выше порога генерации. Как было показано в [1, 21], шумовые члены в уравнениях Максвелла-Блоха (2.17)-(2.19) позволяют описывать явления, связанные со спонтанным излучением [1, 21]. Шум приводит к фазовому возмущению электромагнитного поля и атомной поляризации, что приводит к ненулевой ширине линии [1, 190] и отклонению $g^{(2)}(0)$ от 1. Ниже порога генерации ЭМ поле создается шумом и $g^{(2)}(0) \approx 2$. Выше порога генерации появляется детерминированный вклад в электрическое поле. В результате выше порога генерации ширина линии излучения уменьшается и $g^{(2)}(0)$ изменяется от 2 до 1 с увеличением скорости накачки. $g^{(2)}(0)$ достигает единицы, когда детерминированный вклад в ЭМ поле становится намного больше, чем вклад спонтанного излучения. В высокочастотных лазерах это происходит практически на пороге генерации [1, 190]. В лазерах с низкой добротностью есть переходная область, где $g^{(2)}(0)$ плавно изменяется от 2 до 1 (см., например, [172]). В рамках данной главы принимается, что порог генерации соответствует скорости накачки, при которой в системе возникает когерентный сигнал.

4.3 Вывод условия когерентной генерации

В этом параграфе выводится условие генерации в случае распределенной активной среды. Мы разделим активную область на субволновые ячейки и запишем уравнения для средней поляризации $\tilde{\sigma}_j$ и инверсии населенности \tilde{D}_j для каждой ячейки (данные уравнения аналогичны уравнениям (2.17)-(2.19)):

$$da_i / dt = -(\gamma_a + i\omega_i) a_i - i \sum_j \Omega_{ij}^* N_j \tilde{\sigma}_j \quad (4.1)$$

$$d\tilde{\sigma}_j / dt = -(\gamma_\sigma + i\omega_{TLS}) \tilde{\sigma}_j + i\tilde{D}_j \sum_n \Omega_{nj} a_n \quad (4.2)$$

$$d\tilde{D}_j / dt = (\gamma_j^{pump} - \gamma_D) \tilde{D}_j - (\gamma_j^{pump} + \gamma_D) \tilde{D}_j + 2i \sum_n (\Omega_{nj}^* a_n^* \tilde{\sigma}_j - \Omega_{nj} a_n \tilde{\sigma}_j^*) \quad (4.3)$$

где N_j – количество активных атомов в j -й ячейке. Затем мы записываем преобразование Фурье линеаризованных уравнений (4.1)-(4.2):

$$-i\omega_g A_i = -(\gamma_a + i\omega_i) A_i - i \sum_l \Omega_{il}^* N_l S_l, i = 1, \dots \quad (4.4)$$

$$-i\omega_g S_j = -(\gamma_\sigma + i\omega_{TLS}) S_j + iD_{j0} \sum_m \Omega_{mj} A_m, j = 1, \dots \quad (4.5)$$

Здесь $A_i, i=1, \dots$ – амплитуды Фурье образа мод ЭМ поля, $S_j, j=1, \dots$ – амплитуды Фурье образов средней атомной поляризации в каждой ячейке активной среды. D_{j0} – средняя инверсия населения в соответствующей ячейке. Переход к линеаризованным уравнениям позволяет отследить значение накачки, при котором в системе начинает развиваться неустойчивость, не отвлекаясь на нелинейные эффекты. В уравнениях (4.5)-(4.6) исключим переменные, описывающие электромагнитное поле, $A_i, i=1, \dots$, и получим

$$-i\omega_g S_j = -(\gamma_\sigma + i\omega_{TLS}) S_j + D_{j0} \sum_m \frac{\Omega_{mj} \sum_l \Omega_{ml}^* N_l S_l}{\gamma_a + i(\omega_m - \omega_g)}, j = 1, \dots \quad (4.6)$$

Следующий шаг заключается в переходе к пределу бесконечно большого ящика с бесконечно маленькими ячейками. Во-первых, в пределе бесконечно малых ячеек индексы l и m переходят в непрерывные координаты, и уравнение (4.6) принимает вид

$$S(\mathbf{x}) = \int d^3\mathbf{y} \left[\sum_m^{\text{modes}} \frac{\Omega_m^*(\mathbf{y}) \Omega_m(\mathbf{x})}{(\gamma_\sigma + i(\omega_{TLS} - \omega_g))(\gamma_a + i(\omega_m - \omega_g))} n(\mathbf{y}) D_0(\mathbf{x}) \right] S(\mathbf{y}) \quad (4.7)$$

где $n(\mathbf{y})$ – концентрация атомов в точке \mathbf{y} , $D_0(\mathbf{x})$ – средняя инверсия населенности атома, создаваемой накачкой в точке \mathbf{x} ; $\Omega_j(\mathbf{x})$ – константа связи между m -й модой электромагнитного поля и активными атомами в точке \mathbf{x} .

Затем в пределе бесконечно большого ящика дискретные переменные ω_m преобразуются в непрерывную переменную k , а сумма \sum_m заменяется интегралом $\frac{V}{(2\pi)^3} \sum_\alpha \int d^3\mathbf{k}$, где α – индекс, обозначающий поляризацию света (не путать с атомной поляризацией, σ). Полученное интегральное уравнение принимает вид:

$$\left(\gamma_\sigma + i(\omega_{TLS} - \omega_g)\right) S(\mathbf{x}) = D_0(\mathbf{x}) \sum_\alpha \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\frac{\Omega_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \int d^3\mathbf{y} n(\mathbf{y}) \Omega_\alpha^*(\mathbf{y}, \mathbf{k}) S(\mathbf{y})}{\left(\gamma_\alpha + i(ck - \omega_g)\right)} \right] \quad (4.8)$$

Здесь введено обозначение $\Omega_m(\mathbf{x}) L^{3/2} \rightarrow \Omega_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k})$. с учетом предела $L_U \rightarrow \infty$. Значения $D_0(\mathbf{x})$ и ω_g , при которых существует нетривиальное решение уравнения (4.8) определяют пороговую инверсию населенности D_{th} и частоту генерации.

Хотя уравнение (4.8) предоставляет критерий генерации в произвольной среде, в общем случае данное уравнение сложно решить. Однако, в некоторых простых случаях решение может быть получено в аналитическом виде, например, для $n(\mathbf{y}) = N\delta(\mathbf{y})$, что соответствует активной среде, сосредоточенной в малом субволновом объеме. В этом случае получаем:

$$\left(\gamma_\sigma + i(\omega_{TLS} - \omega_g)\right) S(0) = D_0(0) N \sum_\alpha \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\frac{|\Omega_\alpha(0, \mathbf{k})|^2}{\left(\gamma_\alpha + i(ck - \omega_g)\right)} \right] S(0) \quad (4.9)$$

Чтобы упростить это выражение, мы вводим локальную плотность состояний (LDOS) $\rho(\omega)$, таким образом, что $\rho(\omega)d\omega$ дает количество мод в частотном интервале частот от ω до $\omega + d\omega$ [121]. Это позволяет нам записать интеграл из уравнения (4.9) в виде

$$\sum_\alpha \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[\frac{|\Omega_\alpha(0, \mathbf{k})|^2}{\left(\gamma_\alpha + i(ck - \omega_g)\right)} \right] = \int \frac{d\omega \rho(\omega) \tilde{\Omega}^2(\omega)}{\gamma_\alpha + i(\omega - \omega_g)} \quad (4.10)$$

где $\tilde{\Omega}^2(\omega)$ – константа взаимодействия, усредненная по всем возможным направлениям волнового вектора \mathbf{k} и по двум возможным поляризациям света (подробности см. в [1, 121]). Следует отметить, что и LDOS, и константа взаимодействия зависят от размера ящика L_U , однако их произведение $\tilde{\Omega}^2(\omega)\rho(\omega)$ от размера ящика не зависит.

Затем мы используем теорему Сохоцкого – Племеля [191], чтобы вычислить интеграл в (4.10) в пределе $\gamma_\alpha \rightarrow 0$. После объединения уравнений (4.9) и (4.10) с использованием теоремы Сохоцкого-Племеля приходим к:

$$\gamma_{\sigma} + i(\omega_{TLS} - \omega_g) = -iD_0 N \int d\omega \rho(\omega) \tilde{\Omega}^2(\omega) \left(1/(\omega - \omega_g) + i\pi\delta(\omega - \omega_g) \right) \quad (4.11)$$

где частотный интеграл определяется через главное значение по Коши. Существенно, что сначала был совершен предельный переход $L_U \rightarrow \infty$, и лишь затем $\gamma_a \rightarrow 0$. Такой порядок переходов к пределам гарантирует, что отражение от границ большого ящика не влияет на активную среду (см. [192-194]).

В уравнении (4.11) разделим действительную и мнимую части, чтобы получить систему уравнений:

$$\gamma_{\sigma} = D_0 N \pi \rho(\omega_g) \tilde{\Omega}^2(\omega_g) \quad (4.12)$$

$$\omega_{TLS} - \omega_g = -D_0 N \int \frac{\rho(\omega) \tilde{\Omega}^2(\omega) d\omega}{\omega - \omega_g} \quad (4.13)$$

Уравнения (4.12)-(4.13) можно дополнительно упростить. Выражения в правой части этих уравнений имеют вид скорости спонтанного излучения [1]:

$$\gamma_{sp}(\omega_g) = \pi \rho(\omega_g) \tilde{\Omega}^2(\omega_g) \quad (4.14)$$

и аналога Лэмбовского сдвига

$$\Delta(\omega_g) = \int \frac{\rho(\omega) \tilde{\Omega}^2(\omega) d\omega}{\omega - \omega_g} \quad (4.15)$$

с принципиальным отличием в зависимости от частоты генерации ω_g , а не от частоты перехода активного атома ω_{TLS} .

В конечном счете, используя уравнение (4.12), мы подставляем D_0 в уравнение (4.13) и используем (4.14) и (4.15) чтобы переписать (4.12) и (4.13) в виде:

$$D_{th} = \frac{\gamma_{\sigma}}{N \gamma_{sp}(\omega_g)} \quad (4.16)$$

$$\omega_g = \omega_{TLS} + \frac{\gamma_{\sigma}}{\gamma_{sp}(\omega_g)} \Delta(\omega_g) \quad (4.17)$$

Необходимо отметить, что выражение для скорости спонтанного излучения в формуле (4.14) учитывает фактор Парселла [195] в расположении активных атомов.

4.4 Механизм когерентной генерации

Подчеркнем, что $\gamma_{sp}(\omega_g)$ в выражении для порога генерации (4.16) возникает из-за комбинации параметров, входящих в интегральное уравнение (4.8). Эта величина характеризует величину взаимодействия ЭМ поля с активной средой, помещенной внутри лазерной структуры. $\gamma_{sp}(\omega_g)$ пропорционален локальной плотности состояний (LDOS) электромагнитных мод в месте расположения атомов (эффект Перселла) [195]. Отношение скорости спонтанного излучения, γ_{sp} , к скорости в свободном пространстве, γ_{sp}^{vac} , называется фактором Перселла F_P (то есть $F_P = \gamma_{sp} / \gamma_{sp}^{vac}$) [195]. Он равен отношению LDOS в данной системе к LDOS в свободном пространстве. Согласно формуле (4.16), порог генерации обратно пропорционален фактору Перселла. Другие величины в уравнении (4.16) определяются свойствами активной среды и не зависят от структуры ЭМ мод системы. Таким образом, влияние системы, в которой размещены атомы, сводится к модификации скорости спонтанного излучения из-за эффекта Перселла.

Заметим, что формулы (4.16) и (4.17) не зависят явно от параметров системы, что свидетельствует о существовании единого механизма генерации в лазерах с произвольными типами резонатора и даже без резонатора. Перепишем выражение для порога генерации в (4.16) как $ND_0^{th} \gamma_{sp} > \gamma_\sigma$. Произведение ND_0^{th} равно разности числа атомов в возбужденном и основном состояниях. Во внешнем ЭМ поле атомы излучают со скоростью, пропорциональной количеству атомов в возбужденном состоянии, $N(D_0^{th} + 1)/2$. Одновременно, атомы поглощают излучение со скоростью, пропорциональной количеству атомов в основном состоянии, $N(1 - D_0^{th})/2$. Следовательно, разница между этими величинами, ND_0^{th} , определяет суммарную скорость излучения, вызванную воздействием внешнего поля [181]. Таким образом, произведение $ND_0^{th} \gamma_{sp} = \gamma_{rad}$ можно интерпретировать как скорость индуцированного излучения фотонов атомами. Из условия (4.16) следует, что генерация происходит тогда, когда интенсивность излучения γ_{rad} превышает скорость дефазировки γ_σ . (ширина линии атома), т.е. когда система излучает более одного фотона за время дефазировки. В этом случае излучение становится когерентным.

Процесс зарождения когерентности можно описать следующим образом. На каждый атом в ансамбле влияет излучение всех остальных атомов. Это излучение действует как внешняя движущая сила, заставляя атом колебаться на внешней частоте. С другой стороны, процессы дефазировки, происходящие из-за взаимодействия с окружающей средой (подробнее см. [196, 197]), вызывают сбой фазы данных колебаний. Если суммарное воздействие всех атомов на

каждый отдельный атом может преодолеть дефазировку, атомы начинают синхронизироваться и излучать когерентно друг с другом, что приводит к существенному увеличению взаимодействия атома с полем и к генерации. Для преодоления дефазировки интенсивность излучения γ_{rad} должна превышать скорость дефазировки γ_σ .

Следует отметить, что согласно формуле (4.16), есть два способа уменьшить порог генерации. Первый заключается в увеличении коэффициента Парселла в системе (т.е. скорости испускания фотонов), содержащей активную среду. Этот подход применяется в обычных лазерах с использованием резонатора. Второй основан на использовании активной среды с малой шириной линии, т.е. уменьшении скорости дефазировки. Такой подход используется в сверхизлучающих лазерах [198-202].

4.5 Случай активной среды в свободном пространстве

Известно, что активная среда в свободном пространстве может генерировать генерацию даже без внешнего резонатора при условии, что оптическое усиление в среде достаточно велико [172]. Чтобы проиллюстрировать это утверждение, рассмотрим слой активных атомов, помещенных в свободное пространство. Для простоты рассмотрим систему в одномерном случае. Для слоя активных атомов (1D) пороговая инверсия населенности D_{th} и частота генерации ω_g обычно определяются следующим условием [175, 203]:

$$r(\omega_g, D_{th})^2 \exp\left(2i \frac{\omega_g}{c} \sqrt{\varepsilon_{gain}(\omega_g, D_{th})} L\right) = 1 \quad (4.18)$$

Здесь L - длина активной области; $\varepsilon_{gain}(\omega, D) = 1 - \alpha n D / (\omega_{TLS} - \omega - i\gamma_\sigma)$ - диэлектрическая проницаемость активной среды, состоящей из двухуровневых атомов, где $\alpha = 4\pi |\mathbf{d}_{eg}|^2 / \hbar$; \mathbf{d}_{eg} и n - дипольный момент атомов и концентрация атомов, соответственно [175].

$r(\omega, D) = (\sqrt{\varepsilon_{gain}(\omega, D)} - 1) / (\sqrt{\varepsilon_{gain}(\omega, D)} + 1)$ - коэффициент отражения от границы активной среды и свободного пространства. Диэлектрическая проницаемость активной среды может быть выражена через эффективные константы взаимодействия между атомами и электромагнитной модой $\Omega_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ (см., например, [204, 205]), которые входят в интегральное уравнение (4.8). Координатные зависимости $\Omega_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ определяются собственными модами системы $\mathbf{E}_n(\mathbf{x})$, которые для одномерного пустого ящика равны $\sim \cos(kx)$ и $\sim \sin(kx)$.

Выражение (4.18) для порога генерации записано в предположении, что генерация происходит на одной из мод резонатора Фабри-Перо, образованной конечным слоем активной среды. Численное моделирование показало, что порог генерации, определяемый формулой (4.18), близок к точному значению порога генерации, рассчитанному с помощью интегрального уравнения (4.8). Чтобы проиллюстрировать это утверждение, рассмотрим зависимость порога генерации D_{th} от длины активной среды L в предположении, что концентрация активных атомов постоянна. При уменьшении длины активной среды порог генерации увеличивается (рис. 4.1а). Кроме того, частота генерации периодически меняется с изменением длины (рис. 4.1б), что приводит к периодическим изменениям пороговой инверсии населенности (рис. 4.1а). Период изменений равен половине длины волны. Описанное поведение предсказывается как уравнением (4.8), так и уравнением (4.18). Таким образом, выражение (4.8) хорошо согласуется с известной теорией лазерной генерации в области применимости последней.

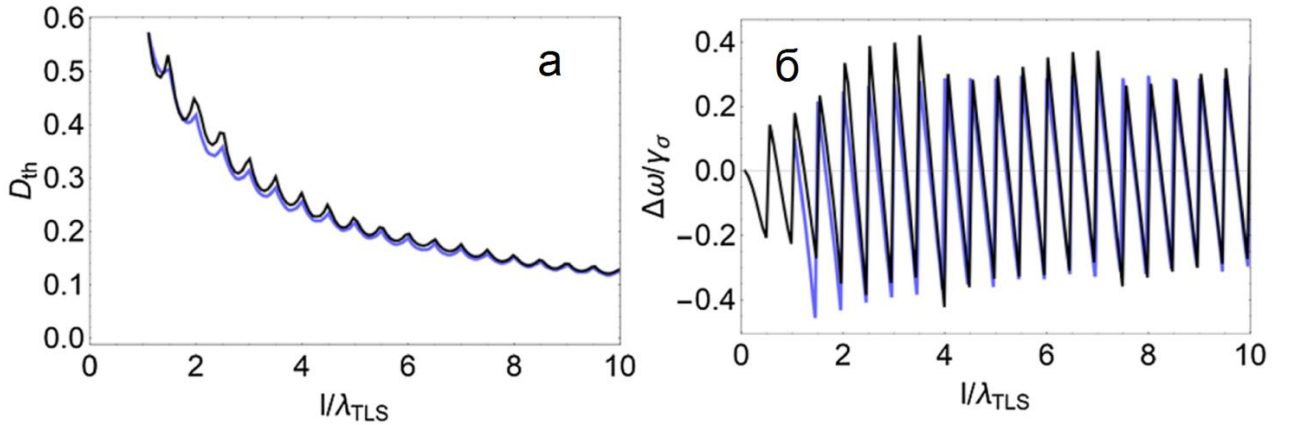


Рис. 4.1. Зависимость пороговой инверсии населенности D_{th} (а) и частоты генерации ω_g (б) от длины активной области L при постоянной концентрации атомов n . Черная линия рассчитывается по формуле (4.8); синяя линия рассчитывается по формуле (4.18). Эффективные константы взаимодействия атомов с электромагнитной модой $\Omega_\alpha(x, k) = \Omega_0 \cos(kx)$ и $\Omega_\alpha(x, k) = \Omega_0 \sin(kx)$, где $k = \omega / c$. Используются следующие значения параметров системы: $\Omega_0 = 10^{-6} \omega_{TLS}$, $\gamma_\sigma = 5 \times 10^{-5} \omega_{TLS}$, $\gamma_D = 1 \times 10^{-6} \omega_{TLS}$, $n_c = 1.25 \times 10^4 \lambda_{TLS}^{-1}$, где $\lambda_{TLS} = 2\pi c / \omega_{TLS}$.

Особый интерес как безрезонаторный лазер представляют активные атомы, занимающие субволновой объем в свободном пространстве. Обычно считается, что такая система неспособна к генерации из-за отсутствия лазерной моды в субволновом объеме. Однако взаимодействие активных атомов с континуумом мод свободного пространства может привести к образованию лазерной моды и в такой системе [187]. Порог генерации для этой системы

определяется формулой (4.16). Полагая для оценки, что $\gamma_\sigma \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $\gamma_{sp} \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\lambda \sim 500 \text{ нм}$ [206] и $V \sim 10^{-3} \lambda^3$, находим, что на пороге генерации необходимое количество активных атомов составляет $N \sim 10^4$, а концентрация активных атомов $n_c = N/V \sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Эти оценки показывают, что для лазера без резонатора требуется усиливающая среда с высокой концентрацией активных атомов, что затрудняет создание подобного лазера.

4.6 Случай активной среды в резонаторе

В этом параграфе мы демонстрируем, что уравнения (4.12) и (4.13) дают правильную частоту генерации и порог генерации для одномодового лазера. В одномодовом выполняются соотношения $|\omega_{TLS} - \omega_{CM}| \ll \omega_{CM}$, где ω_{CM} - частота моды резонатора [1]. Наша цель - оценить интеграл в формуле (4.13):

$$\int_0^\infty f(\omega, \omega_g) d\omega = V \int_0^\infty \frac{\rho(\omega) \Omega_{cav}^2}{\omega - \omega_g} d\omega \quad (4.19)$$

где Ω_{cav}^2 - постоянная взаимодействия между модой резонатора и активными атомами.

Мы используем выражение для DOS в одномодовом резонаторе с потерями $V\rho(\omega) = \frac{\gamma_{CM} / \pi}{(\omega - \omega_{CM})^2 + \gamma_{CM}^2}$ [1]. Мы расширим пределы интегрирования в (4.19) с $(0, +\infty)$ до $(-\infty, +\infty)$, чтобы можно было использовать теорему о вычетах. Этот переход оправдан, потому что выражение под интегралом в уравнении (4.19) с учетом введенной плотности состояний имеет форму кривой Лоренца, поэтому значение интеграла в основном определяется интервалом, где знаменатель близок к нулю, т.е. около точек $\omega = \omega_{CM}$ и $\omega = \omega_g$. Итак, выберем контур, лежащий в полуплоскости $\text{Im } \omega > 0$, и запишем

$$\int_{-\infty}^\infty f(\omega, \omega_g) d\omega = 2\pi i \times \text{Res}_1 + \pi i \times \text{Res}_2 \quad (4.20)$$

где Res_1 - вычет в точке $\omega = \omega_{CM} + i\gamma_a$ комплексной плоскости, а Res_2 - вычет в точке $\omega = \omega_g$. После алгебраических операций получаем:

$$\int_0^\infty f(\omega, \omega_g) d\omega \approx \int_{-\infty}^\infty f(\omega, \omega_g) d\omega = \Omega_{cav}^2 \frac{\omega_{CM} - \omega_g}{(\omega_{CM} - \omega_g)^2 + \gamma_{CM}^2} \quad (4.21)$$

Поскольку мы знаем выражение для DOS, $V\rho(\omega)$, мы можем явно написать γ_{sp} как

$$\gamma_{sp}(\omega_g) = \pi V \rho(\omega_g) \tilde{\Omega}^2(\omega_g) = \frac{\gamma_{CM} \Omega_{cav}^2}{(\omega_g - \omega_{CM})^2 + \gamma_{CM}^2} \quad (4.22)$$

Применяя уравнения (4.19), (4.21) и (4.22) к уравнению (4.11) получаем два условия (полученные из действительной и мнимой частей уравнения (4.11)):

$$\begin{aligned} \gamma_{\sigma} \Omega_{cav}^2 \frac{\omega_{CM} - \omega_g}{(\omega_{CM} - \omega_g)^2 + \gamma_{CM}^2} &= \gamma_{CM} \Omega_{cav}^2 \frac{\omega_g - \omega_{TLS}}{(\omega_g - \omega_{TLS})^2 + \gamma_{CM}^2}; \\ \gamma_{\sigma} &= D_0 N \frac{\gamma_{CM} \Omega_{cav}^2}{(\omega_{CM} - \omega_g)^2 + \gamma_{CM}^2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Первое из этих уравнений дает известную формулу для частоты генерации одномодового лазера (“уравнение затягивания мод”) [1, 21]:

$$\omega_g = \frac{\gamma_{CM} \omega_{TLS} + \gamma_{\sigma} \omega_{CM}}{\gamma_{CM} + \gamma_{\sigma}} \quad (4.24)$$

Подстановка выражения из уравнения (4.24) во второе уравнение в (4.24) (4.23) позволяет записать выражение для пороговой инверсии населенности:

$$D_{th} = \frac{\gamma_{CM} \gamma_{\sigma}}{N \Omega_{cav}^2} \left(1 + \frac{(\omega_{CM} - \omega_g)^2}{\gamma_{CM}^2} \right) \quad (4.25)$$

Как показано в данном параграфе, выражения для порога генерации (4.16) и частоты генерации (4.17) согласуются с известными выражениями для порога генерации и частоты генерации одномодового лазера (4.24)-(4.25) [1] Таким образом, решение классической проблемы одномодового лазера получается путем решения уравнений (4.16) и (4.17).

4.7 Уменьшение порога генерации за счет безрезонаторных структур

Для уменьшения порога генерации необязательно использовать резонатор. Порог можно снизить, используя структуры без резонаторов с коэффициентом Парселла $F_p > 1$. Использование таких структур позволяет увеличить взаимодействие света с активной средой, что, в свою очередь, приводит к снижению порога генерации. Роль такой структуры могут выполнять, например, волноводы с групповой скоростью $v_g \ll c$ (см. вставку на рис. 4.2) [185, 186, 207-211]. LDOS в этих структурах увеличивается в c/v_g раз, что приводит к усилению взаимодействия света с веществом [208, 209, 211]. Этот эффект позволяет использовать такие волноводы для уменьшения порога генерации. Например, в [185, 186] показано, что генерация

происходит в планарном волноводе, заполненном активной средой. Авторы добились близкой к нулю групповой скорости для световых волн ($v_g \sim 10^{-4}c$) путем настройки параметров волновода, что привело к росту скорости спонтанного излучения активных атомов и, согласно формуле (4.16), к уменьшению порога генерации (см. рис. 4.2).

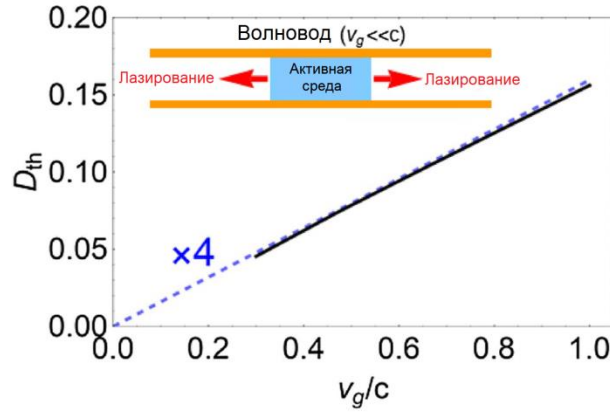


Рис. 4.2. Зависимость пороговой инверсии населенности D_{th} от групповой скорости в волноводе. Черная сплошная линия рассчитана по формуле (4.8) для случая протяженной активной среды ($L = 8\lambda$). Синяя пунктирная линия рассчитана по формуле (4.16) для случая субволновой активной среды. На вставке: эскиз лазера на волноводе с малой групповой скоростью.

Условие (4.16) выведено для активной среды, занимающей субволновой объем в плазмонном волноводе. Однако вывод об уменьшении порога генерации при уменьшении групповой скорости остается в силе и для протяженной активной среды. Рассмотрим активный слой длиной $L \gg \lambda$, помещенный в волновод с групповой скоростью $v_g = d\omega/dk$ (см. вставку на рис. 4.2). Несмотря на отсутствие зеркал, формирующих резонатор, в этой структуре происходит генерация. Уменьшение групповой скорости v_g приводит к уменьшению порога генерации $D_{th} \sim v_g / c$ (см. рис. 4.2), который рассчитывается по формуле (4.8), что связано с усилением взаимодействия света с активной средой вследствие увеличения LDOS.

Таким образом, увеличение LDOS приводит к увеличению фактора Парселла и силы взаимодействия света с активными атомами. Это, в свою очередь, приводит к снижению порога генерации лазеров как с субволновыми (см. уравнение (4.16)), так и с распределенными активными средами (см. уравнение (4.8)). Конкретный тип структуры, с помощью которой увеличивается LDOS, не влияет на порог генерации. То есть можно уменьшить порог генерации, используя безрезонаторную структуру.

4.8 Выводы

Таким образом, в рамках данной главы показано, что как лазеры как с резонатором, так и без резонатора могут быть описаны в рамках единого подхода. Для случая активной среды, сосредоточенной в субволновом объеме, показано, что независимо от типа резонатора пороговая инверсия населенности в активной среде определяется условием $D_{th} N \gamma_{sp} = \gamma_{\sigma}$, где γ_{σ} – ширина линии атомов, γ_{sp} – скорость спонтанного излучения атомов в лазерной структуре, N – количество активных атомов. Величина γ_{σ} определяется процессами дефазировки в активной среде, такими как упругое рассеяние фононов, тогда как $D_{th} N \gamma_{sp}$ определяет полную скорость индуцированного излучения фотонов. Генерация начинается тогда, когда эта скорость излучения превышает скорость дефазировки.

Из полученного условия следует, что порог генерации может быть уменьшен за счет увеличения фактора Парселла в системе (т.е. скорости испускания фотонов), содержащей активную среду. В обычных лазерах резонатор увеличивает скорость излучения фотонов. Однако увеличения фактора Парселла можно достичь с помощью конструкции без резонатора. Таким образом, резонатор не является необходимым для генерации, и лишь уменьшает порога генерации. Этот результат свидетельствует о наличии универсального механизма генерации в лазерах с резонатором и без резонатора, который заключается во взаимном воздействии активных атомов друг на друга, приводящем к нарастанию когерентности. Полученный результат также открывает возможности по созданию нового типа лазеров, для работы которых не требуется резонатор.

Глава 5

Лазер с сильной связью

5.1 Введение

Квантовый генератор света (мазеры, лазеры и т. д.) состоит из резонатора и активной среды, в которой имеются уровни энергии с разностью частот, близкой к частоте резонатора [1, 121, 153]. Для генерации лазера поток энергии от активной среды к ЭМ полю в резонаторе должен превышать скорость диссипации энергии в резонаторе. Считается, что этого можно добиться только при положительной инверсии населенности в активной среде. Действительно, скорость поглощения фотона активной средой определяется заселенностью основного состояния, тогда как скорость испускания фотона определяется заселенностью возбужденного состояния. Когда населенность возбужденных состояний превышает населенность основного состояния, скорость испускания фотонов превосходит скорость поглощения фотонов, и происходит усиление электромагнитного поля, взаимодействующего с активной средой.

Известно, что собственные состояния неэрмитовой системы не являются взаимно ортогональными [43, 45, 46, 212], в отличие от таковых в эрмитовых системах. Максимальная степень неортогональности достигается в исключительных точках, где два или более собственных состояния линейно зависимы [43, 45, 213]. Из-за неортогональности собственных состояний полная энергия неэрмитовой системы колеблется во времени [45, 212]. На некоторых интервалах времени энергия увеличивается, а на других интервалах времени – уменьшается. В [214] было продемонстрировано, что путем изменения параметров системы во времени можно увеличить продолжительность интервалов времени, когда энергия растет, и уменьшить продолжительность интервалов времени, когда энергия затухает. В результате такое изменение параметров системы приводит к росту полной энергии и параметрической неустойчивости неэрмитовой системы [214].

В данной главе предлагается новый механизм достижения лазерной генерации при отрицательном значении инверсии населенности. В основе этого механизма лежит наличие исключительной точки в пространстве параметров лазера. Показано, что лазер можно рассматривать как связанные состояния электромагнитного поля и атомов, которые играют роль двух связанных неэрмитовых систем. В такой системе есть исключительная точка при отрицательной инверсии населенностей атомов. Наличие исключительной точки позволяет перенести результаты, полученные для РТ-симметричных систем, на одномодовые лазеры. В

частности, в работе продемонстрировано, что полная энергия в лазере колеблется во времени [48, 49, 52, 53, 215], причем частота этих колебаний зависит от инверсии населенности активной среды. Как следствие, периодическая вариация инверсии населенности за счет изменения мощности накачки может приводить к параметрической неустойчивости лазера. Существенно, что параметрическая неустойчивость ЭМ поля развивается при отрицательной инверсии населенности активной среды, а среднее значение мощности накачки, необходимой для возбуждения автоколебаний ЭМ поля в этом режиме, меньше, чем необходимо для обычной генерации.

В данной главе также рассматриваются когерентные свойства излучения лазера с параметрической неустойчивостью, который мы в дальнейшем будем называть лазером с сильной связью. Показано, что в случае развития неустойчивости в спектре системы появляются два пика вблизи частоты перехода частиц активной среды на частотах, определяемых расщеплением Раби. Ширина линий этих пиков сужается с увеличением амплитуды модуляции накачки. Удивительно, но ширина линии излучения в этом режиме на два порядка меньше, чем ширина линии обычного лазера при том же числе фотонов, т.е. удастся достичь меньшей ширины, чем предсказывает закон Шавлова-Таунса [1]. Примечательно, что сужение линии на несколько порядков наблюдается при отрицательной инверсии населенностей, когда обычные лазеры не обеспечивают когерентности излучения. Помимо когерентности первого порядка, излучение лазера с сильной связью демонстрирует и когерентность второго порядка. Показано, что функция когерентности второго порядка излучения системы изменяется с двух до одного с увеличением амплитуды модуляции накачки, т.е., излучение системы становится когерентным ниже классического порога лазерной генерации. Уменьшение мощности накачки, необходимой для получения когерентного света, может решить проблемы перегрева и деградации активной среды в нанолазерах.

Стоит отметить, что предложенный подход к созданию когерентной генерации при отрицательной инверсии населенности отличается от предложенного в [216] и не требует наличия квантовой запутанности уровней активной среды [216]. Он основан на параметрической неустойчивости одномодового лазера вблизи исключительной точки [214]. Предложенный подход позволяет создавать лазеры, работающие при меньших мощностях накачки. Кроме того, поскольку интенсивность ЭМ поля в лазере с сильной связью чувствительна к частоте изменения параметров, эти лазеры могут использоваться в качестве датчиков и модуляторов оптических сигналов.

5.2 Исключительные точки и осцилляции энергии в одномодовом лазере

Как уже упоминалось во введении, для достижения генерации когерентного света в лазерах с непрерывной накачкой мощность накачки активной среды должна превышать пороговое значение, которое соответствует положительной инверсии населенности активной среды. Одной из простейших моделей, описывающих это поведение, является одномодовый лазер, в котором электромагнитное поле одной моды резонатора взаимодействует с большим количеством отдельных атомов. В полуклассическом приближении динамика такой системы описывается одномодовыми уравнениями Максвелла-Блоха [1, 153]:

$$\frac{da}{dt} = (i\omega_0 - \gamma_a) a - i\Omega_R N_{at} \sigma \quad (5.1)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = (i\omega_0 - \gamma_\sigma) \sigma + i\Omega_R a D \quad (5.2)$$

$$\frac{dD}{dt} = \gamma_p (1 - D) - \gamma_D (1 + D) + 2i\Omega_R (a^* \sigma + a \sigma^*) \quad (5.3)$$

Здесь a – амплитуда ЭМ поля в режиме резонатора; σ и D – средние поляризация и инверсия населенности атомов активной среды, соответственно; γ_a – скорость релаксации ЭМ поля; γ_D и γ_σ – скорости продольной и поперечной релаксации атомов, соответственно; γ_p – скорость накачки активной среды. Для простоты предположим, что двухуровневые атомы имеют одинаковую частоту перехода ω_0 , равную собственной частоте моды резонатора, и взаимодействуют с ЭМ полем с одинаковой константой связи Ω_R . Общее число атомов активной среды равно N_{at} .

Из линейного анализа уравнений (5.1)-(5.3) нетрудно получить, что при накачке $\gamma_p^h = \gamma_D (N_{at} \Omega_R^2 + \gamma_a \gamma_\sigma) / (N_{at} \Omega_R^2 - \gamma_a \gamma_\sigma)$ в системе появляется бифуркация Хопфа и начинаются автоколебания ЭМ поля [1, 21]. Выше этого порогового значения скорости накачки электромагнитное поле и поляризация активной среды испытывают автоколебания с конечными амплитудами, $a_{st} \neq 0$, $\sigma_{st} \neq 0$. Отметим, что инверсия атомной населенности в режиме автоколебаний всегда положительна, $D_{st} = \gamma_a \gamma_\sigma / N_{at} \Omega_R^2 > 0$. Это режим классической лазерной генерации. Далее же лазер будет рассматриваться ниже порога автоколебаний.

Ниже порога линеаризация уравнений (5.1)-(5.3) приводит к системе двух линейных уравнений:

$$\frac{d\delta a}{dt} = (i\omega_0 - \gamma_a)\delta a - i\Omega_R N_{at}\delta\sigma \quad (5.4)$$

$$\frac{d\delta\sigma}{dt} = (i\omega_0 - \gamma_\sigma)\delta\sigma + i\Omega_R \delta a D_0 \quad (5.5)$$

где δa и $\delta\sigma$ – малые отклонения электрического поля и поляризации активной среды от стационарных значений, $D_0 = (\gamma_p - \gamma_D)/(\gamma_p + \gamma_D)$ – стационарное значение инверсии населенности, создаваемой накачкой ниже порога лазерной генерации. Собственные значения и собственные состояния системы уравнений (5.4)-(5.5) имеют вид

$$\lambda_{1,2} = i\omega_0 - \frac{\gamma_a + \gamma_\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\gamma_a - \gamma_\sigma)^2 + 4\Omega_R^2 N_{at} D_0} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{e}_{1,2} = \begin{pmatrix} 2i\omega_0 N_{at} \\ \gamma_\sigma + \gamma_a \pm \sqrt{(\gamma_a - \gamma_\sigma)^2 + 4\Omega_R^2 N_{at} D_0} \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Действительная и мнимая части собственных значений (5.6) определяют, соответственно, скорость затухания и частоту колебаний соответствующего собственного состояния. Зависимость действительной и мнимой частей собственных значений уравнений (5.4)-(5.5) от D представлена на рис. 5.1а, б. Видно, что существует такая величина инверсии населенности,

$$D_0 = D_{EP} = -\frac{(\gamma_a - \gamma_\sigma)^2}{4\Omega_R^2 N_{at}}, \quad (5.8)$$

для которой оба собственных значения совпадают. Кроме того, при $D_0 = D_{EP}$ собственные состояния уравнений (5.4)-(5.5) совпадают друг с другом, см. (5.7). Такие точки в спектре системы называются исключительными точками неэрмитовой системы [43]. В нашем случае неэрмитова система состоит из амплитуды ЭМ поля a и поляризации атомов σ . Обратите внимание, что вблизи исключительной точки собственные состояния по существу не ортогональны, и в этой точке собственные состояния не образуют полного базиса.

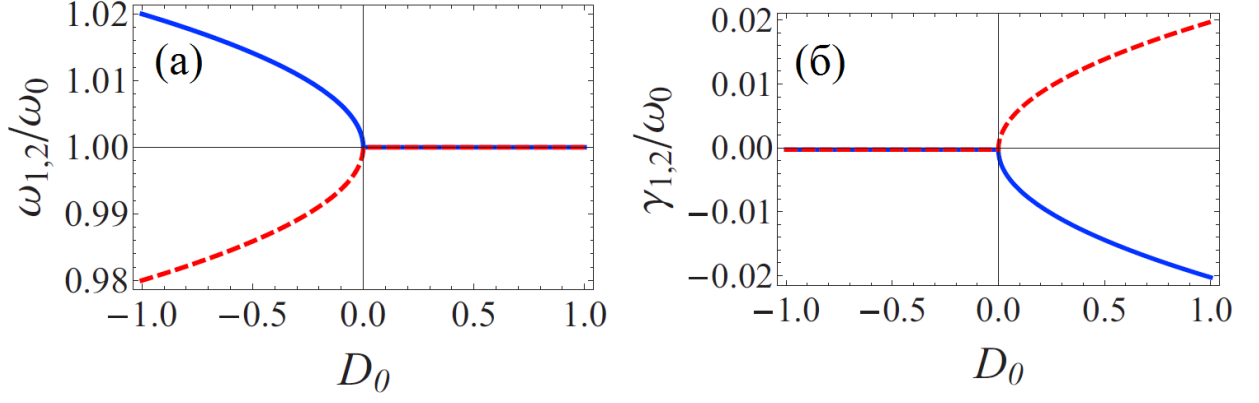


Рис. 5.1. Зависимость частоты колебаний $\omega_{1,2}$ (а) и скорости затухания $\gamma_{1,2}$ (б) собственных решений уравнений (5.4)-(5.5) от параметра D_0 . Параметры $\gamma_a = 5 \times 10^{-5} \omega_0$; $\gamma_\sigma = 5 \times 10^{-4} \omega_0$; $\Omega_R = 2 \times 10^{-5} \omega_0$; $N_{at} = 10^6$.

В дальнейшем мы исследуем поведение лазера ниже исключительной точки, т.е. при $D_0 < D_{EP}$. В этой области связь ЭМ поля с активной средой приводит к расщеплению частоты колебаний Раби, которое наблюдается в системах резонатор-атом в режиме сильной связи [15, 217-220].

Хорошо известно, что из-за неортогональности собственных состояний полная энергия неэрмитовой системы зависит от разности фаз между комплексными амплитудами собственных состояний [45], что приводит к неэкспоненциальной зависимости полной энергии от времени. Например, в двумерной неэрмитовой системе зависимость полной энергии системы от времени записывается как

$$E(t) = |a_1|^2 \exp(2\text{Re}\lambda_1 t) + |a_2|^2 \exp(2\text{Re}\lambda_2 t) + |A| \cos(\Delta\omega t + \theta) \exp((\text{Re}(\lambda_1 + \lambda_2)t) \quad (5.9)$$

Здесь a_1 и a_2 - начальные амплитуды собственных состояний неэрмитовой системы; λ_1 и λ_2 - собственные значения; $\Delta\omega = \text{Im}(\lambda_1 - \lambda_2)$; θ - начальная разность фаз между собственными состояниями и $A = 2a_1^* a_2 \langle \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \rangle$, где $\langle \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \rangle$ - скалярное произведение различных собственных состояний. Последний член в выражении (5.9) приводит к неэкспоненциальной и, при некоторых условиях, немонотонной зависимости полной энергии от времени [45, 221]. В этом случае есть интервалы времени, когда полная энергия в системе растет, и интервалы времени, когда она уменьшается. Такое поведение может иметь место даже тогда, когда все сословия распадаются [45, 214].

Если параметры системы не зависят от времени, то полная энергия со временем стремится к нулю, как и следует ожидать. Однако в [214] было продемонстрировано, что, изменяя параметры системы во времени, можно увеличивать длительность интервалов времени, когда энергия возрастает, так что полная энергия системы растет со временем, ограниченная лишь нелинейными процессами в системе. Это явление получило название параметрической неустойчивости [214]. Причем, чем ближе система к исключительной точке, тем больше амплитуда колебаний энергии и тем более выражена параметрическая неустойчивость.

Лазер ниже порога, описываемый уравнениями (5.4) и (5.5) также обладает свойствами неэрмитовой системы. А именно, он демонстрирует колебания энергии, при которых немонотонно изменяется энергия ЭМ поля $|a|^2$ (см. рис. 5.2). Эти колебания энергии происходят тогда, когда инверсия населенностей атомов отрицательна, $D_0 < 0$, и собственные состояния системы расщепляются по частоте. Колебания энергии по своей сути являются затухающими колебаниями Раби, которые наблюдаются в режиме сильной связи [1]. Они сопровождаются колебаниями поляризации атомов и приводят к периодическому изменению напряженности ЭМ поля внутри резонатора.

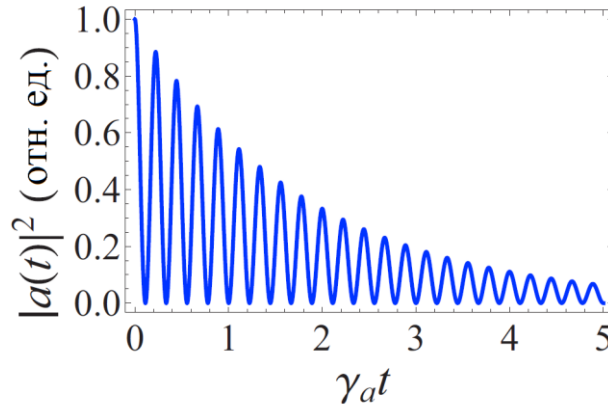


Рис. 5.2. Эволюция полной энергии ЭМ поля неэрмитовой системы, описываемой системой уравнений (4)-(5). Инверсия населенности активных атомов $D_0 = -0.5$; Прочие параметры

равны: $\gamma_a = 5 \times 10^{-5} \omega_0$; $\gamma_\sigma = 5 \times 10^{-4} \omega_0$; $\Omega_R = 2 \times 10^{-5} \omega_0$; $N_{at} = 10^6$.

5.3 Возбуждение осцилляций энергии периодической модуляцией накачки

Как видно из уравнения (5.6), частота колебаний энергии зависит от инверсии населенности D_0 , которой можно управлять в эксперименте с помощью скорости накачки γ_p .

Рассмотрим поведение лазера ниже порога генерации при изменении инверсии населенности среды во времени по закону:

$$D_0(t) = D_0(1 + \varepsilon \cos \omega_M t). \quad (5.10)$$

Численное моделирование линейризованной системы уравнений (5.4)-(5.5) показало, что при периодическом изменении накачки увеличивается продолжительность интервалов времени, в течение которых энергия растет, и уменьшается продолжительность интервалов времени, когда энергия уменьшается. В результате, в системе возбуждаются колебания ЭМ поля, даже когда $D_0(t)$ отрицательна в любой момент времени, см. рис. 5.3а. При этом наибольшая скорость роста амплитуды ЭМ поля достигается, когда частота изменения инверсной населенности ω_M равна разности собственных частот

$$\Delta\omega = \sqrt{(\gamma_a - \gamma_\sigma)^2 + 4\Omega_R^2 N_{at} D_0} \quad (5.11)$$

см. рис. 5.4. Вне резонанса, когда $\omega_M \neq \Delta\omega$ скорость усиления меньше (см. рис. 5.4 и 5.3б). Поведение коэффициента усиления для колебаний ЭМ поля носит резонансный характер, откуда следует вывод, что усиление колебаний ЭМ поля в системе происходит из-за параметрической неустойчивости неэрмитовой системы.

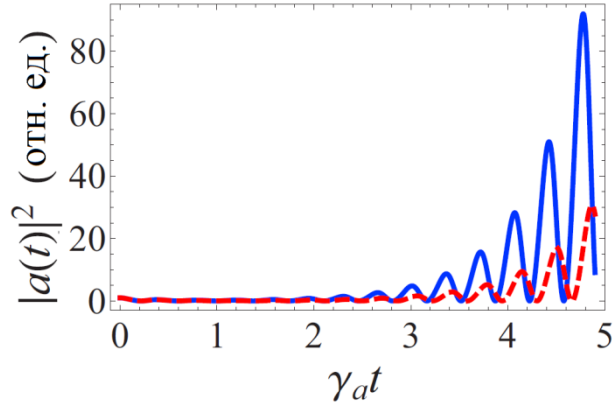


Рис. 5.3. Эволюция во времени энергии ЭМ поля $|a|^2$ при изменении инверсии населенности по

закону $D_0(t) = \bar{D}_0 + \delta D_0 \sin(\omega_M t)$, где $\bar{D}_0 = -0.2$; $\delta D_0 = 0.1$; частота модуляции инверсии населенности, ω_M , равна $\Delta\omega$ (синяя кривая); $0.84\Delta\omega$ (красная кривая). Прочие параметры

равны: $\gamma_a = 5 \times 10^{-4} \omega_0$; $\gamma_\sigma = 5 \times 10^{-5} \omega_0$; $\Omega_R = 2 \times 10^{-5} \omega_0$ и $N_{at} = 10^6$.

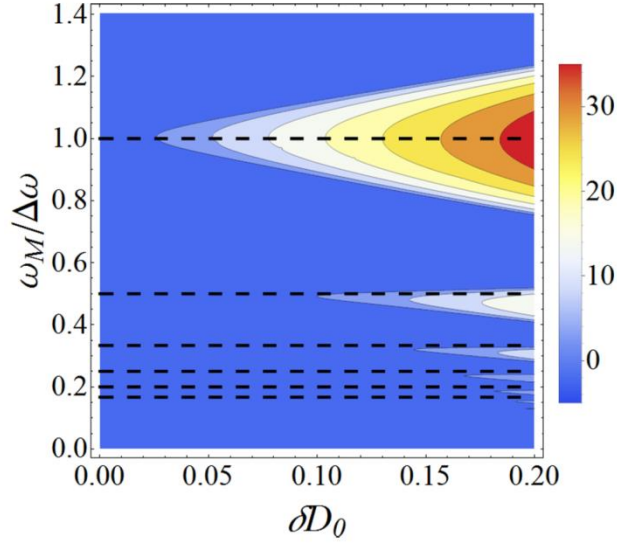


Рис. 5.4. Зависимость скорости роста полной энергии, g , отнесенная к скорости затухания моды ЭМ поля γ_a , от амплитуды модуляции инверсии населенности δD_0 и частоты модуляции

инверсии населенности ω_M . Инверсия населенности изменяется по закону

$$D_0(t) = \bar{D}_0 + \delta D_0 \sin(\omega_M t), \text{ где } \bar{D}_0 = -0.2. \text{ Прочие параметры равны: } \gamma_a = 5 \times 10^{-5} \omega_0;$$

$\gamma_\sigma = 5 \times 10^{-4} \omega_0$; $\Omega_R = 2 \times 10^{-5} \omega_0$; $N_{at} = 10^6$. Пунктирные прямые обозначают частоты параметрических резонансов $\Delta\omega/n$, где n - натуральное число, $\Delta\omega = 17.8 \times 10^{-3} \omega_0$.

Следует подчеркнуть, что усиление ЭМ поля за счет периодического изменения накачки возможно даже при отрицательной инверсии населенности. Покажем это аналитически, сведя уравнения (5.4) и (5.5) к уравнениям параметрического осциллятора. Введем медленные переменные $A = \delta a \exp((\gamma_\sigma + \gamma_a)t/2 + i\omega_0 t)$ и $S = \delta \sigma \exp((\gamma_\sigma + \gamma_a)t/2 + i\omega_0 t)$, затем перепишем уравнения (4) и (5) в виде

$$\frac{dA}{dt} \exp(\Gamma t) - \Gamma A \exp(\Gamma t) = -i\Omega_R N_{at} S \exp(\Gamma t) \quad (5.12)$$

$$\frac{dS}{dt} \exp(\Gamma t) + \Gamma S \exp(\Gamma t) = i\Omega_R D_0(t) A \exp(\Gamma t) \quad (5.13)$$

где введено обозначение $\Gamma = (\gamma_\sigma - \gamma_a)/2$. Далее мы берем производную по времени уравнения (5.12) и подставляем dS/dt из уравнения (5.13) в уравнение (5.12), в результате получаем:

$$\ddot{A} - \left((\gamma_\sigma - \gamma_a)^2 / 4 + \Omega_R^2 N_{at} D_0(t) \right) A = 0 \quad (5.14)$$

В случае $(\gamma_\sigma - \gamma_a)^2 / 4 + \Omega_R^2 N_{at} D_0(t) < 0$ уравнение (5.14) эквивалентно параметрическому осциллятору с собственной частотой $\omega_g = \sqrt{(\gamma_\sigma - \gamma_a)^2 / 4 + \Omega_R^2 N_{at} \bar{D}_0}$. В соответствии с теорией параметрического осциллятора [222], максимальный коэффициент усиления γ_g достигается при частоте модуляции $\omega_M = 2\omega_g = \Delta\omega$. В этом случае:

$$\gamma_g = \frac{1}{4} \delta D_0 \sqrt{\Omega_R^2 N_{at} / \left| \bar{D}_0 + (\gamma_\sigma - \gamma_a)^2 / 4 \Omega_R^2 N_{at} \right|} \quad (5.15)$$

Кроме того, параметрическое усиление имеет место при $\omega_M = \Delta\omega / n, n = 1, 2, \dots$ [222], что согласуется с рис. 5.4 – видно, что существуют конечные области ω_M , в которых имеет место усиление при отрицательной инверсии. Таким образом, одномодовый лазер демонстрирует такое же поведение, как и параметрический осциллятор (см. рис. 5.4), что подчеркивает параметрическую природу рассматриваемого явления.

Возвращаясь к исходным переменным δa и $\delta \sigma$, находим, что усиление колебаний в системе наблюдается при $\gamma_g > (\gamma_a + \gamma_\sigma) / 2$ и $\bar{D}_0 < D_{EP}$. В этом случае изменение во времени инверсии населенности $D_0(t)$ приводит к параметрическому усилению колебаний ЭМ поля в одномодовом лазере. Отметим, что увеличение скоростей релаксации или уменьшение постоянной Раби Ω_R приводит к уменьшению D_{EP} . Когда $D_{EP} < -1$, режим сильной связи не достигается и генерация без инверсии невозможна.

5.4 Параметрическая неустойчивость в одномодовом лазере

В эксперименте напрямую изменять инверсию населенности D во времени не представляется возможным, однако инверсию можно изменять косвенно, за счет периодического изменения скорости накачки γ_p . Чтобы продемонстрировать возможность параметрического усиления колебаний ЭМ поля в одномодовом лазере, мы моделируем уравнения Максвелла-Блоха (5.1)-(5.3) с изменением времени накачки как $\gamma_p = \bar{\gamma}_p + \delta\gamma \sin(\omega_M t)$.

Результаты численного моделирования подтверждают, что периодическое изменение скорости накачки позволяет усилить колебания ЭМ поля в одномодовом лазере (см. рис. 5.5а). Это усиление наблюдается даже тогда, когда инверсия населенности активной среды всегда отрицательна (см. рис. 5б), и обычная лазерная генерация невозможна. Как упоминалось ранее, рост ЭМ поля ограничен нелинейностью системы, которая в одномодовом лазере проявляется как зависимость инверсии населенности D активной среды от амплитуды электрического поля

a и поляризации атомов σ , см. уравнение (5.3). По этой причине интенсивность излучения в результате динамики выходит на конечный стационар.

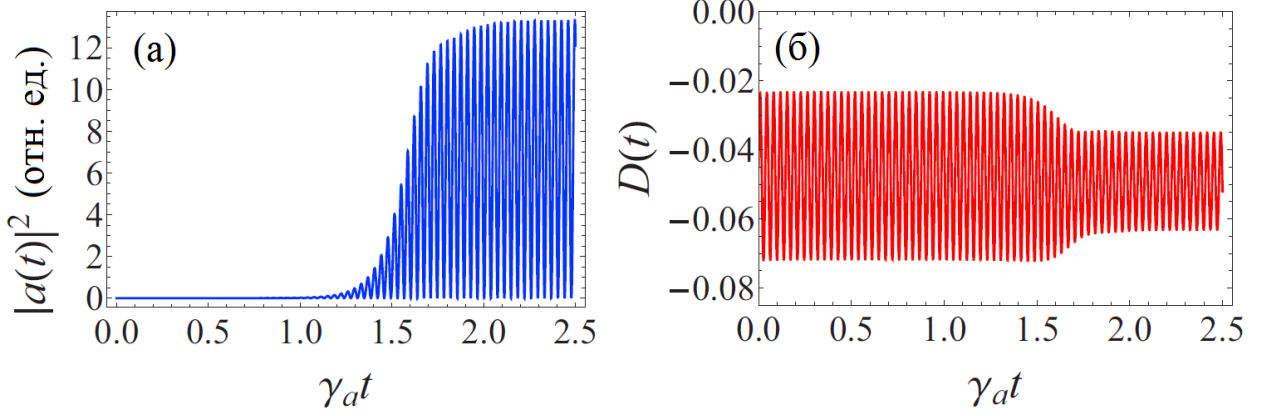


Рис. 5.5. Эволюция интенсивности ЭМ излучения, $|a|^2$, (а) и инверсии населенности атомов активной среды, $D(t)$, (б) при накачке, изменяющейся по закону $\gamma_p = \bar{\gamma}_p + \delta\gamma \sin(\Delta\omega t)$, где

$$\bar{\gamma}_p = 0.91\gamma_D \text{ и } \delta\gamma = 0.4\gamma_D. \text{ Прочие параметры равны: } \gamma_a = 5 \times 10^{-5} \omega_0; \gamma_\sigma = 5 \times 10^{-4} \omega_0;$$

$$\Omega_R = 2 \times 10^{-5} \omega_0; N_{at} = 10^6 \text{ и } \Delta\omega = 8.6 \times 10^{-3} \omega_0.$$

Среднее значение скорости накачки $\langle \gamma_p(t) \rangle = \bar{\gamma}_p$, необходимое для параметрического усиления колебаний ЭМ поля, меньше скорости затухания инверсии населенности γ_D . Когда скорость накачки постоянна во времени и равна $\langle \gamma_p(t) \rangle$, лазер находится ниже порога генерации и инверсия населенности активной среды отрицательна. В этом случае стационарные значения амплитуды ЭМ поля и поляризации атома равны нулю. Однако, когда скорость накачки периодически меняется со временем, тогда амплитуда электромагнитного поля и поляризация атома отличны от нуля, см. рис. 5.5а. Следовательно, именно изменение скорости накачки во времени приводит к существованию ненулевого решения в системе. Однако, наличие усиления в системе не означает когерентную генерацию. Исследованию и объяснению когерентных свойств лазера с сильной связью посвящены последующие параграфы.

5.5 Когерентные свойства лазера с сильной связью

Реальные лазеры имеют конечную ширину линии излучения, которая обусловлена потерями в активной среде и в моде резонатора. Известно, что потери приводят не только к затуханию амплитуды поля и поляризации, но и вносят в систему шум, в соответствии с

флуктуационно-диссипативной теоремой [21]. Поэтому для описания этой системы резонатор атом мы используем уравнения Максвелла-Блоха с шумовыми членами [120, 153]:

$$da/dt = -(\gamma_a + i\omega_0)a - iN_{at}\Omega_R\sigma + F_a(t) \quad (5.16)$$

$$d\sigma/dt = -(\gamma_\sigma + i\omega_0)\sigma + i\Omega_R aD + F_\sigma(t) \quad (5.17)$$

$$dD/dt = (\gamma_P - \gamma_D) - (\gamma_P + \gamma_D)D + 2i\Omega_R(a^*\sigma - a\sigma^*) + F_D(t) \quad (5.18)$$

Здесь $F_a(t)$, $F_\sigma(t)$, и $F_D(t)$ – шумовые составляющие для соответствующих переменных. Эти шумовые члены, в частности, позволяют учесть процессы спонтанного излучения в лазере. Корреляционные свойства шумовых членов имеют вид: $\langle F_a^*(t)F_a(t) \rangle = 0$, $\langle F_D^*(t)F_D(t) \rangle = 0$, $\langle F_\sigma^*(t)F_\sigma(t) \rangle = (\gamma_D + \gamma_P(t) + \gamma_{deph}(D_0 + 1))/2$. Прочие корреляторы шума пренебрежимо малы при комнатной температуре и слабых полях [21].

Усиления света недостаточно для получения когерентного излучения с узкой шириной линии [188]. Для достижения когерентности в смысле функций когерентности первого и второго порядка необходимо преодолеть некогерентные вклады шума [120, 190]. В обыкновенном лазере преобладание когерентного сигнала над шумом реализуется лишь выше порога генерации [120], однако, как будет показано далее, в лазере с сильной связью излучение может стать когерентным, когда средняя скорость накачки $\bar{\gamma}_P < \gamma_D$ и инверсия населенности активной среды отрицательна. Численное моделирование уравнений (5.16)-(5.18) показывает, что напряженность электромагнитного поля имеет пороговое поведение, которое зависит от амплитуды модуляции $\delta\gamma_P$ (рис. 5.6а). В спектре системы можно наблюдать два пика на частотах $\omega_0 \pm \omega_M/2$ (рис. 5.6б), причем ширина линии каждого пика сужается с увеличением $\delta\gamma_P$ (рис. 5.6а), и когерентность излучения возрастает. По этой причине целесообразно называть систему лазером нового типа: лазер с сильной связью. Параметры системы: $\gamma_a = 5 \times 10^{-5} \omega_0$, $\gamma_{deph} = 5 \times 10^{-4} \omega_0$, $\gamma_D = 5 \times 10^{-4} \omega_0$, $\Omega_R = 2 \times 10^{-5} \omega_0$, $N_{at} = 10^6$.

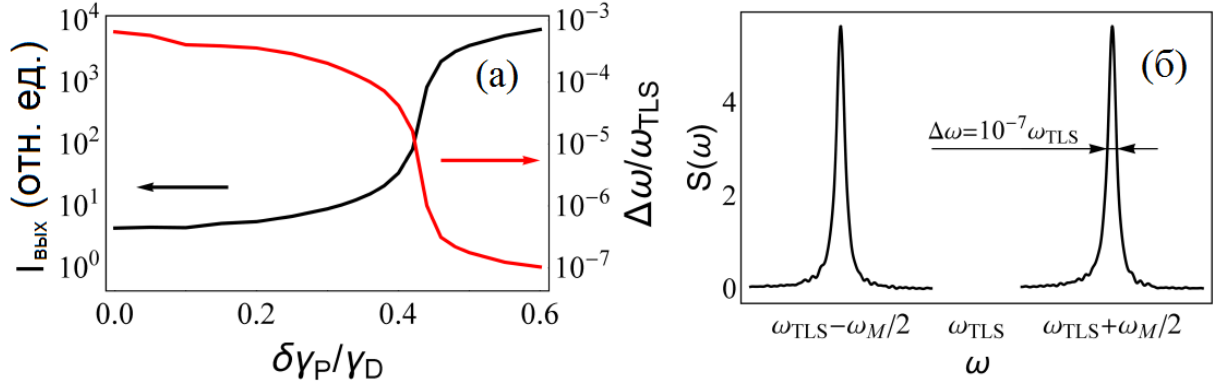


Рис. 5.6. (а) Зависимость напряженности ЭМ поля (черная сплошная линия) и ширины линии излучения (красная пунктирная линия) от амплитуды модуляции накачки $\delta\gamma_P$ при; (б) спектр системы при $\delta\gamma_P = 0.6\gamma_D$. Скорость накачки изменяется по закону $\gamma_P(t) = \bar{\gamma}_P + \delta\gamma_P \sin(\omega_M t)$, где

$$\bar{\gamma}_P = 0.91\gamma_D, \quad \omega_M = 8.6 \times 10^{-2} \omega_{\text{TLS}}.$$

Сравним когерентные характеристики излучения лазера с сильной связью с когерентными характеристиками обычного лазера при одинаковых параметрах резонатора и активной среды. В лазере с постоянной накачкой скорость накачки не зависит от времени, $\gamma_P(t) = \bar{\gamma}_P$, в то время как в лазере с сильной связью скорость накачки изменяется во времени как $\gamma_P(t) = \bar{\gamma}_P + \delta\gamma_P \sin(\omega_M t)$. Зафиксируем глубину модуляции $\delta\gamma_P$ и меняем среднюю скорость накачки $\bar{\gamma}_P$ и частоту модуляции $\omega_M(\bar{D}_0) = \sqrt{(\gamma_\sigma - \gamma_a)^2 / 4 + \Omega_R^2 N_{at} \bar{D}_0}$. В этом случае средняя мощность накачки, подводимая к обоим лазерам, одинакова. Исследуются зависимости мощности излучения, ширины линии и функции когерентности второго порядка излучения от средней скорости накачки $\bar{\gamma}_P$.

И в обычном лазере, и в лазере с сильной связью наблюдается резкое увеличение среднего числа фотонов в резонаторе (и, следовательно, выходной мощности) при определенной пороговой скорости накачки (рис. 5.7). Однако порог для лазера с сильной связью значительно меньше, чем для обычного лазера. Аналогично, ширина линии излучения и функция когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ для обоих лазеров резко уменьшаются выше их соответствующих пороговых значений накачки (рис. 5.8). Таким образом, порог для лазера с сильной связью ниже, чем для обычного лазера, и та же когерентность достигается при меньших значениях средней скорости накачки (рис. 5.8).

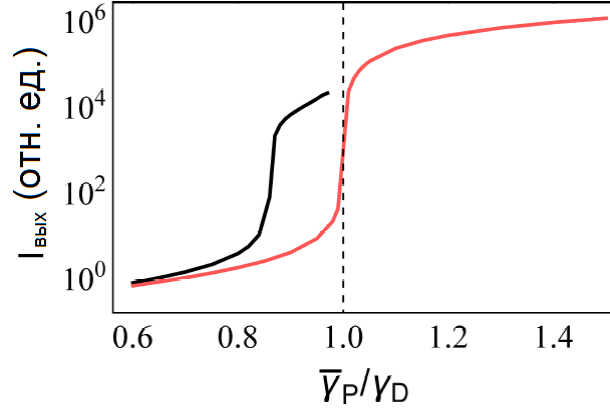


Рис. 5.7. Число фотонов в лазере с сильной связью (черная кривая) и в обычном лазере (красная кривая) в зависимости от средней скорости накачки $\bar{\gamma}_P$. Вертикальной пунктирной линией показана скорость накачки $\bar{\gamma}_P$, при которой $\bar{D}_0 = D_{EP}$. Когда $\bar{D}_0 > D_{EP}$, нет расщепления между собственными частотами ($\omega_M(\bar{D}_0) = 0$), и лазер с сильной связью работает как обычный лазер.

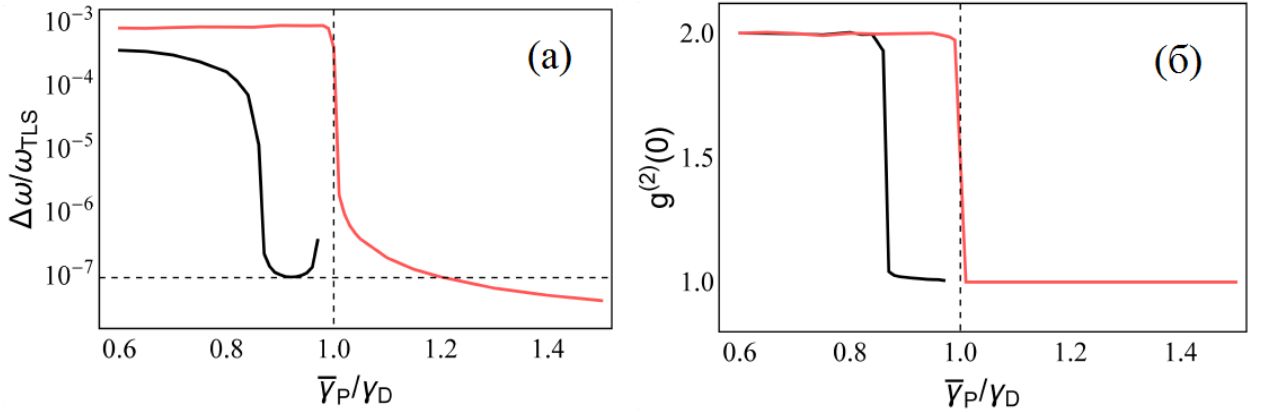


Рис. 5.8. (а) Ширина спектра излучения лазера с сильной связью (черная кривая) и излучения обычного лазера (красная кривая) в зависимости от средней скорости накачки $\bar{\gamma}_P$; (б) автокорреляционная функция второго порядка излучения лазера с сильной связью (черная кривая) и излучения обычного лазера (красная кривая) в зависимости от средней скорости накачки $\bar{\gamma}_P$. Вертикальные пунктирные линии показывают скорость накачки $\bar{\gamma}_P$, при которой

$$\bar{D}_0 = D_{EP}.$$

Поведение когерентности лазера с сильной связью существенно отличается от поведения когерентности в обычном лазере. Ширина линии излучения обычного лазера имеет нижний предел, определяемый соотношением Шавлову-Таунса, согласно которому минимальная ширина линии $\Delta\omega$ обратно пропорциональна среднему числу фотонов $\langle n \rangle$ [120]:

$$\Delta\omega = A_{cw} / \langle n \rangle, \quad (5.19)$$

где A_{cw} – коэффициент пропорциональности для лазера в режиме постоянной накачки [153]. Из выражения (5.19) следует, что для достижения узкой ширины линии излучения обычный лазер должен работать значительно выше порога генерации, когда $\langle n \rangle \gg 1$.

Отличие лазера с сильной связью состоит в том, что ширина линии его излучения на два порядка меньше ширины линии обыкновенного лазера при том же числе фотонов. Действительно, из рис. 5.8а видно, что при $\bar{\gamma}_p = 0.9$ ширина линии лазера с сильной связью примерно равна ширине линии обыкновенного лазера с $\bar{\gamma}_p = 1.2$, однако число фотонов в резонаторе у обычного лазера при этом почти на два порядка больше, чем у лазера с сильной связью (см. рис. 5.7). Таким образом, лазер с сильной связью генерирует когерентное излучение при меньшем среднем значении скорости накачки и гораздо меньшем числе фотонов в резонаторе, чем обычный лазер. Объяснение аномально узкой ширине спектра лазера с сильной связью представлено в следующем параграфе.

5.6 Механизм увеличения когерентности в лазере с сильной связью

Отличие когерентных свойств обычного лазера и лазера с сильной связью связано с тем, что спонтанное излучение по-разному влияет на генерацию когерентного света.

В обычном лазере выше порога генерации спонтанное излучение атомов приводит к возбуждению колебаний ЭМ поля с фазой, отличной от текущей фазы когерентного ЭМ поля. Следовательно, фаза электромагнитного поля меняется со временем хаотично, что приводит к конечной ширине линии лазерного излучения. Ширина линии при этом определяется отношением интенсивности ЭМ поля, возбуждаемого спонтанным излучением, к общей интенсивности ЭМ поля [120].

В лазере с сильной связью два гибридных состояния электрического поля резонатора и поляризации активной среды участвуют в генерации когерентного излучения. Электрическое поле имеет вид:

$$a(t) = a_1(t) \exp(i\phi_1(t)) \exp(-i\omega_1 t) + a_2(t) \exp(i\phi_2(t)) \exp(-i\omega_2 t) \quad (5.20)$$

Здесь $\omega_{1,2}$ – частоты колебаний двух гибридных состояний, $a_{1,2}(t)$ и $\phi_{1,2}(t)$ – медленно меняющиеся амплитуды и фазы этих двух гибридных состояний, соответственно. Спонтанное

излучение (шум) приводит к флуктуациям фаз $\phi_{1,2}(t)$, что и является причиной ненулевой ширины линий излучения обоих пиков. Запишем выражение (5.20) как:

$$a(t) = \exp(i\phi) [a_1 \exp(i\Delta\phi/2) \exp(-i\omega_1 t) + a_2 \exp(-i\Delta\phi/2) \exp(-i\omega_2 t)] \quad (5.21)$$

где $\phi(t) = (\phi_1(t) + \phi_2(t))/2$ – общая фаза состояний, и $\Delta\phi(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t)$ – относительная фаза между состояниями.

Модуляция накачки вызывает периодическое изменение относительной фазы между состояниями, формируя эффективный потенциал для $\Delta\phi$. Действительно, уравнения лазера с сильной связью сводятся к уравнению для параметрического осциллятора [223] (уравнение Матье), которое эквивалентно уравнению Гельмгольца с периодическим потенциалом. Этот периодический потенциал создает корреляцию между фазами двух гибридных состояний и может привести к подавлению диффузии относительной фазы между ними. Такой механизм подавления используется, например, в голографическом лазере [120, 224-226]. Подавление диффузии относительной фазы между состояниями приводит к уменьшению ширины линий (уменьшаются флуктуации $\Delta\phi$). Более того, в случае безинверсионного лазера, помимо подавления флуктуаций относительной фазы $\Delta\phi$, имеет место подавление и общей фазы, ϕ . Причина подавления общей фазы ϕ заключается в сильной неортогональности собственных состояний вблизи исключительной точки, из-за которой спонтанное излучение атомов преимущественно приводит к флуктуациям относительной фазы, $\Delta\phi$, а не общей фазы ϕ .

Таким образом, в лазере с сильной связью модуляция накачки приводит к подавлению флуктуаций и относительной фазы, $\Delta\phi$, и общей фазы, ϕ . Как следствие, в лазере с сильной связью происходит значительное сужение ширины линий обоих пиков. Это сужение можно наблюдать при численном моделировании уравнений. (5.16)-(5.18). Существенно, что механизмы, приводящие к подавлению фазовых флуктуаций в лазере с сильной связью, не имеют аналогов в обычном лазере. По этой причине для достижения когерентности света в обычном лазере требуется большее количество фотонов и большая средняя мощность накачки.

5.7 Выводы

В данной главе показано, что периодическое изменение мощности накачки приводит к когерентному излучению при отрицательной инверсии населенности. Такое поведение лазерной системы связано с параметрической неустойчивостью системы вблизи исключительной точки [214], где собственные состояния системы существенно неортогональны

[43, 213]. В этом режиме спектр лазерной системы имеет два пика на частотах, определяемых расщеплением Раби. Ширина линий этих пиков существенно меньше ширины линии Шавлова-Таунса для обычного лазера с тем же числом фотонов. Таким образом, становится возможным достичь узкой ширины линии для небольшого числа фотонов и низкой средней скорости накачки. Предложенную концепцию источника когерентного излучения при модуляции накачки предлагается называть лазером с сильной связью. Генерация когерентного света при подпороговых накачках открывает путь для создания наноразмерных лазеров, которые менее подвержены перегреву и деградации.

Глава 6

Сверхосцилляции

6.1 Энергетика возбуждения сверхосцилляций, близких к гармоническим

6.1.1 Введение

В данном параграфе исследованы энергетические затраты для создания цуга сверхосцилляций, близких к гармоническим. Показано, что энергия, необходимая для создания цуга сверхосцилляций, близких к гармоническим, экспоненциально растет как с ростом числа периодов в цуге, так и с увеличением частоты сверхосцилляций.

6.1.2 Построение сверхосциллирующей функции

Следуя [74, 75], будем строить СО функцию частоты ω_{so} , аппроксимируя на интервале $[0; \tau]$ функцию $\cos(\omega_{so}t)$ суммой низкочастотных косинусов с верхней частотой ω_{\max} . Таким образом, СО функция имеет вид $f(t) = \sum_{j=1}^n a_j \cos(\omega_j t)$, где $\mathbf{a} = \{a_j\}$; $j = 1, \dots, n$ — амплитуды НЧ гармоник, ω_j ; $j = 1, \dots, n$ — их частоты, причём $\omega_n = \omega_{\max}$. Поскольку $\cos(t)$ — чётная функция, то такую аппроксимацию можно автоматически продолжить на интервал $[-\tau; \tau]$. Задача аппроксимации определяется двумя безразмерными параметрами: отношение частоты СО к максимальной частоте, $\omega_{so} / \omega_{\max}$ и числом периодов СО $p = \tau \omega_{so} / \pi$. Введём невязку

$$Q(\omega_{so} / \omega_{\max}, p, \mathbf{a}) = \|f(t) - \cos(\omega_{so}t)\|_{L_2}^2 / \tau, \quad (6.1)$$

где $\|\cdot\|_{L_2}$ — L_2 норма функции на отрезке $[0; \tau]$, т.е. $\|g(t)\|_{L_2} = \sqrt{\int_0^\tau |g(t)|^2 dt}$.

В работах [85, 227] в качестве энергии сигнала используется выражение $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$. В рассматриваемом в данном параграфе случае такое определение неприменимо, поскольку используемые базисные функции не убывают на бесконечности. Вместо этого под энергией E подразумевается величина $\sum_{j=1}^n a_j^2$.

6.1.3 Алгоритм поиска сверхосциллирующей функции

Итак, необходимо найти СО функции с приемлемой невязкой при минимальных затратах энергии. Понятно, что конкретные требования к величине невязки зависят от приложения. Разумным представляется выбор $0.001 < Q(\omega_{SO} / \omega_{\max}, p) < 0.15$. При этом СО функция достаточно близко воспроизводит косинус, отношение $\omega_{SO} / \omega_{\max}$ может достигать двадцати, а число периодов пяти-семи. Для определённости выберем $Q(\omega_{SO} / \omega_{\max}, p) = 0.03$. Типичная СО функция $f(t)$ с таким значением невязки и ее фурье-образ $F(\omega)$ представлены на рис. 6.1а,б.

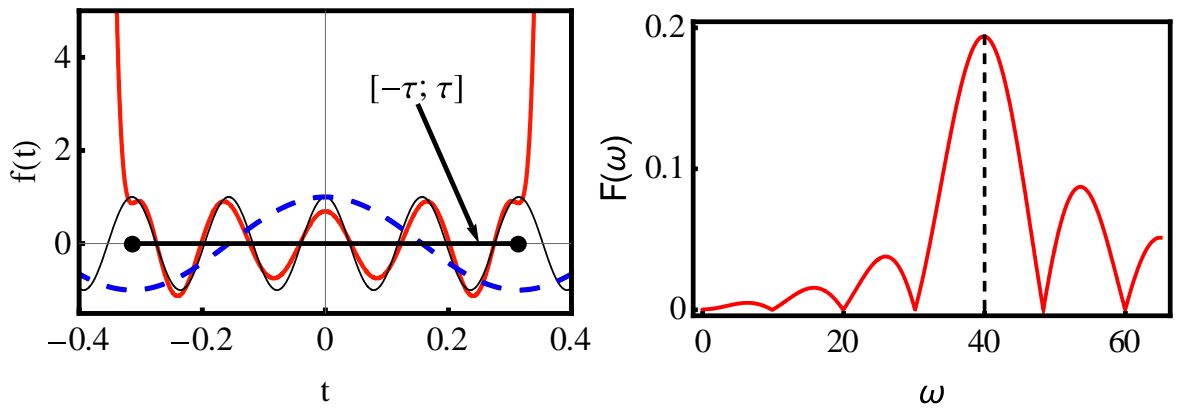


Рис. 6.1. а) СО функция $f(t)$, жирная сплошная линия $f(t)$, тонкая сплошная линия $\cos(\omega_{SO}t)$, пунктирная линия НЧ гармоника с наибольшей частотой; б) спектр $F(\omega)$ СО функции (жирная сплошная линия). Пунктирной линией изображена частота ω_{SO} . Параметры: $\omega_{SO} = 40$,

$$\omega_{\max} = 10, \quad p = 4. \quad \text{Невязка } Q(4, 4) \approx 0.03.$$

Для определения энергетических затрат $E(a) = \sum_{j=1}^n a_j^2$ мы искали минимум функции

$$L(a) = \sum_{j=1}^n a_j^2 - \lambda \left((\tau)^{-1} \int_0^{\tau} \left(\sum_{j=1}^n a_j \cos(\omega_j t) - \cos(\omega_{SO} t) \right)^2 dt - 0.03 \right), \quad (6.2)$$

при заданной невязке $Q(\omega_{SO} / \omega_{\max}, p, \mathbf{a}) = 0.03$. Функция (6.2) является функцией Лагранжа, а λ – соответствующий множитель Лагранжа. Чтобы найти условный минимум функции, необходимо приравнять нулю производные $L(a)$ по $a_j, j=1, \dots, n$ и по λ . Условие равенства нулю производных сводится к системе уравнений:

$$\begin{cases} (\tau / \lambda) a_i + \sum_{j=1}^n a_j \int_0^{\tau} \cos(\omega_i t) \cos(\omega_j t) dx = \int_0^{\tau} \cos(\omega_{so} t) \cos(\omega_i t) dt; & i = 1, \dots, n \\ Q(\omega_{so} / \omega_{\max}, p, \mathbf{a}(\lambda)) - 0.03 = 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

Решение системы (3) сводится к поиску λ , при котором $Q(\omega_{so} / \omega_{\max}, p, \mathbf{a}(\lambda)) = 0.03$. В свою очередь, $\mathbf{a}(\lambda)$ является решением системы

$$(\tau / \lambda) a_i + \sum_{j=1}^n a_j \int_0^{\tau} \cos(\omega_i t) \cos(\omega_j t) dx = \int_0^{\tau} \cos(\omega_{so} t) \cos(\omega_i t) dt; \quad i = 1, \dots, n \quad (6.4)$$

Эта система имеет единственное решение для любого λ . Действительно, матрица $\{\int_0^{\tau} \cos(\omega_i t) \cos(\omega_j t) dt\}_{ij}$ является матрицей Грамма для векторов $\cos(\omega_j t)$, $j = 1, \dots, n$ с введённым выше скалярным произведением. Поскольку $\cos(\omega_j t)$, $j = 1, \dots, n$ линейно независимы, то детерминант матрицы не равен нулю, и система (6.4) всегда имеет единственное решение [228].

6.1.4 Рост энергии при изменении параметров

Рассмотрим зависимость необходимой для создания сверхосцилляций энергии E как функцию $\omega_{so} / \omega_{\max}$ и p . Результат оптимизации изображён на рис. 6.2. Поскольку энергия сигнала изменяется на много порядков, то удобно перейти в логарифмический масштаб и рассматривать величину $\log_{10} E = \log_{10} \left(\sum_{j=1}^n a_j^2 \right)$. Как видно из рис. 6.2, при фиксированном соотношении частот энергия растёт скачкообразно при увеличении длины интервала аппроксимации l . При фиксированном p энергия растёт как $\exp(g(\omega_{so} / \omega_{\max}))$, где $g(x)$ — медленно возрастающая функция $\sim \sqrt{x}$ (см. рис. 6.3).

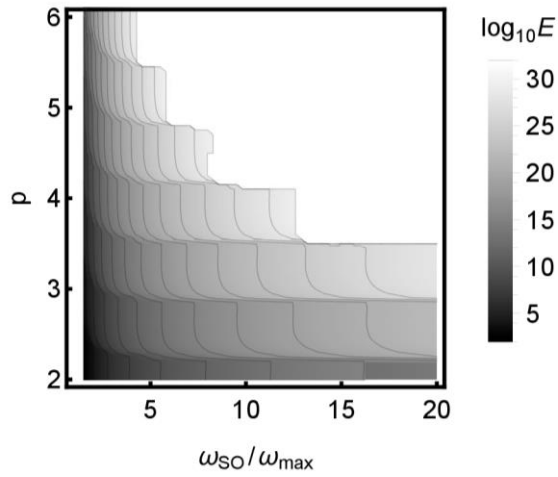


Рис. 6.2. Логарифм энергии $\log_{10} E$, необходимой для получения $Q = 0.03 \pm 0.01$ в зависимости от количества СО в цепи p и от отношения частоты СО к максимальной частоте спектра

$$\omega_{SO} / \omega_{\max}.$$

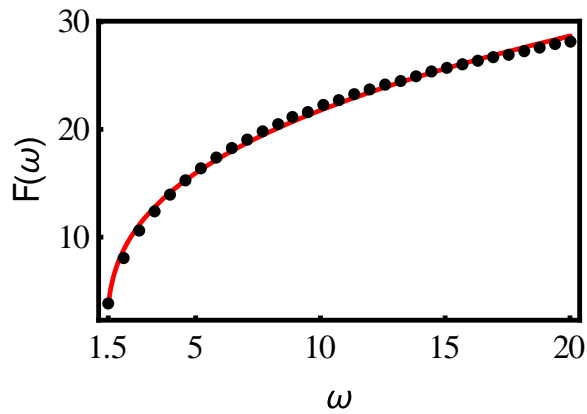


Рис. 6.3. Зависимость логарифма энергии от соотношения частот при постоянном $p = 3.3$. Точки — результаты аппроксимации гармоник. Сплошная тонкая линия — модель. Параметры модели $c = 10.2$; $d = 1.5$.

Как упоминалось ранее, рост энергии в зависимости от p происходит скачкообразно на несколько порядков (см. рис. 6.4). Для любого фиксированного $\omega_{SO} / \omega_{\max}$ скачки энергии одинаковы по величине и равноудалены по p , что позволяет аппроксимировать искомую зависимость следующим образом $\log_{10} E(p) \approx ap - b + e(p)$; $a, b > 0$, здесь $e(p)$ периодическая функция, такая, что $e(p) \ll \log_{10} E$.

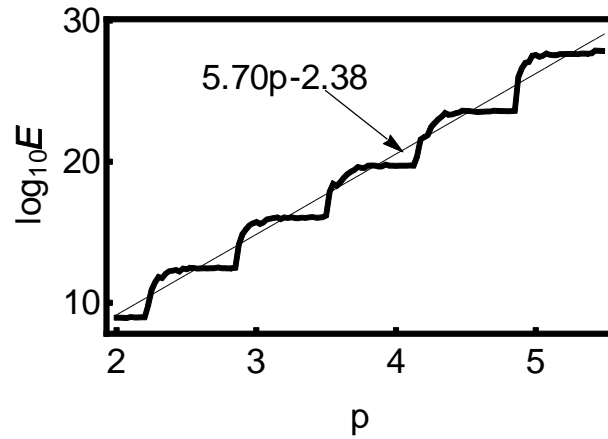


Рис. 6.4. Зависимость энергии E , необходимой создания цуга СО длины p , при $\omega_{SO} / \omega_{\max} = 5$. Сплошная жирная линия – результаты численного моделирования. Сплошная тонкая линия – сглаженная зависимость вида $ap - b$.

Вторым параметром, влияющим на величину затрачиваемой энергии является отношение СО частоты к верхней частоте спектра $\omega_{SO} / \omega_{\max}$. Вдали от скачка энергии по p , полученные результаты хорошо приближаются зависимостью вида $\log_{10} E = c(\omega_{SO} / \omega_{\max} - d)^{0.36}$ с параметрами $c, d > 0$. Пример для $p = 3.3$ изображён на рис. 6.3. С увеличением p рост требуемой энергии связан с ростом параметра c . Параметр d меняется в небольших пределах, $d \approx 1.5$.

6.1.5 Выводы

Получены характерные требования к энергии сигнала, содержащего СО с заданным отклонением от чистой гармонике (заданная невязка). Показано, что для $Q \approx 0.03$, СО визуально соответствует чистой гармонике, и увеличение длины цуга при фиксированной частоте приводит к экспоненциальному увеличению энергии $\sim \exp(ap + b)$. При этом увеличение энергии происходит скачками. При увеличении частоты СО при фиксированном p требуемая энергия растёт как $\exp(b(\omega_{SO} / \omega_{\max})^{0.36})$.

6.2 Инверсия двухуровневой системы за счет эффекта сверхосцилляций

6.2.1 Введение

Митогенетические лучи, называемые биофотонами, представляют собой слабое (около 300-1000 фотонов в секунду на квадратный сантиметр) излучение [229-231], испускаемое живыми организмами [232]. Биофотоны были обнаружены в оптическом и ближнем ультрафиолетовом диапазонах для различных биологических систем [233]. Механизм генерации биофотонов до сих пор неизвестен. В сложных органических молекулах при комнатной температуре могут возбуждаться только колебательные и вращательные степени свободы молекул. Частоты переходов, соответствующие таким возбуждениям, лежат в инфракрасном диапазоне. Неясно, как эти низкоэнергетические кванты могут излучать высокоэнергетические биофотоны.

В качестве возможных механизмов возникновения биофотонов в данной главе предлагаются квантовые СО [9, 70, 234]. Сложная система уровней в органических молекулах моделируется системой двухуровневых систем (ДУС) и/или квантовых осцилляторов. А именно, решается квантовая задача, в которой ДУС с высокой частотой перехода возбуждается энергией, передаваемой от кластера низкочастотных (НЧ) ДУС или квантовых осцилляторов. Мы показываем, что даже несмотря на то, что квант энергии каждой НЧ ДУС ниже, чем энергия, необходимая для возбуждения высокочастотной (ВЧ) ДУС, совместное действие ближних полей НЧ ДУС может создать инверсию населенности ВЧ ДУС за счет сверхосцилляций ближних полей. Для достижения эффекта необходимо, чтобы полная энергия НЧ колебаний существенно превышала энергию возбуждения ВЧ ДУС.

6.2.2 Модель

Рассмотрим ВЧ ДУС с частотой перехода ω_{so} и n кластеров по N НЧ ДУС в каждом с частотами $\omega_1, \dots, \omega_n \leq 0.9\omega_{so}$. Предполагается, что все участвующие частицы заключены в субволновой объем. Следовательно, энергия передается в основном ближними полями без излучения. Для упрощения взаимодействие НЧ ДУС между собой не учитывается.

Система описывается гамильтонианом диполь-дипольного взаимодействия [120]:

$$H = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N \hbar \omega_j \hat{\sigma}_{ij}^+ \hat{\sigma}_{ij} + \hbar \omega_{so} \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} + \hbar (\hat{\sigma} + \hat{\sigma}^+) \hat{F}(t), \quad (6.5)$$

где $\hat{\sigma}^+$ и $\hat{\sigma}$ - операторы возбуждения и девозбуждения ВЧ ДУС, $\hat{\sigma}_{ij}^+$ и $\hat{\sigma}_{ij}$ операторы возбуждения и девозбуждения i -ой НЧ ДУС из j -го кластера, $\hat{F}(t) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N \Omega_{ij} (\hat{\sigma}_{ij}(t) + \hat{\sigma}_{ij}^+(t))$ - оператор, описывающий дипольное-дипольное взаимодействие НЧ ДУС с ВЧ ДУС (Ферстеровский оператор), $\Omega_{ij} = \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}_{ij} / (|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ij}|)^3$ ($j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, N$) - константа связи дипольного момента $\mathbf{d}_{ij}(\hat{\sigma}_{ij}(t) + \hat{\sigma}_{ij}^+(t))$ i -ой НЧ ДУС из j -го кластера с дипольным моментом $\mathbf{d}(\hat{\sigma}(t) + \hat{\sigma}^+(t))$ ВЧ ДУС, \mathbf{d} и \mathbf{d}_{ij} являются матричными элементами дипольных моментов ВЧ и НЧ ДУС, соответственно, \mathbf{r} и \mathbf{r}_{ij} - описывают координаты ВЧ ДУС и j -го кластера НЧ ДУС, соответственно. Оператор инверсии населенности $\hat{\sigma}_{ij}^+ \hat{\sigma}_{ij} - \hat{\sigma}_{ij} \hat{\sigma}_{ij}^+$ i -ой НЧ ДУС из j -го кластера мы обозначаем как \hat{D}_{ij} , аналогично, \hat{D} - оператор инверсии населенности ВЧ ДУС.

Гамильтониан (1) не содержит членов, описывающих электромагнитные моды (фотоны). Тем не менее, между ДУС энергия может передаваться ближними полями по механизму Ферстера [235-237]. На расстояниях, меньших длины волны, эта энергия в $(kr)^3$ раз больше, чем у дальних полей. Передача энергии ближними полями носит резонансный характер [238], поэтому возможность эффективной передачи энергии от НЧ ДУС к ВЧ является неочевидной. Например, когда отстройка частоты двух взаимодействующих ДУС составляет 10%, инверсия населенности ВЧ ДУС остается ниже -0.8.

Будем считать, что величина дипольного момента может достигать 150 Д (для красителя Rhodamine 800 - 145 Д [239]), расстояния между ДУС примем равными ~ 20 нм, откуда $\hbar\Omega \sim d^2 / r^3 \sim 10^{-14}$ эрг и, следовательно, $\Omega \sim 3.0 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$. Характерные для оптического диапазона частоты - $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Ниже для краткости используется безразмерное время $t \rightarrow t\omega_0$, $\omega \rightarrow \omega / \omega_0$.

Для описания динамики системы воспользуемся подходом, основанным на оптических уравнениях Блоха. Во-первых, получим уравнения Гейзенберга для операторов $\hat{\sigma}, \hat{\sigma}_{ij}, \hat{D}, \hat{D}_{ij}$. Затем перейдем от операторов к их средним значениям $\langle \hat{\sigma} \rangle = \sigma$, $\langle \hat{\sigma}_{ij} \rangle = \sigma_{ij}$, $\langle \hat{D} \rangle = D$ и $\langle \hat{D}_{ij} \rangle = D_{ij}$. Полученные уравнения содержат корреляторы более высокого порядка, для которых, вообще говоря, необходимо получить новые уравнения. Чтобы оборвать бесконечную цепочку уравнений, разделим корреляторы второго порядка следующим образом: $\langle \hat{\sigma} \hat{\sigma}_{ij} \rangle = \sigma \sigma_{ij}$ (т.е. среднее произведения двух операторов равно произведению средних). Ниже

рассматривается система из четырех кластеров по $N = 10$ НЧ ДУС в каждом. Для простоты мы предполагаем, что в каждом кластере все ДУС одинаковы.

В результате получаем систему уравнений на c -числа:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= -i\omega_{so}\sigma + iDN \sum_{j=1}^n \Omega_j (\sigma_j + \sigma_j^*) - \gamma\sigma, \\ \dot{D} &= 2i(\sigma - \sigma^*)N \sum_{j=1}^n \Omega_j (\sigma_j + \sigma_j^*) - 2\gamma(D+1), \\ \dot{\sigma}_j &= -i\omega_j\sigma_j + i\Omega_j D_j (\sigma + \sigma^*) - \gamma_j\sigma_j, \\ \dot{D}_j &= 2i\Omega_j (\sigma + \sigma^*) (\sigma_j - \sigma_j^*) - 2\gamma_j (D_j + 1),\end{aligned}\tag{6.6}$$

где ω_j и Ω_j безразмерны, и $\omega_{so} = 1$. В каждом уравнении последнее слагаемое описывает затухание в τ -приближении, и соответствующие скорости релаксации обозначены как γ . Для численного моделирования используются параметры $\gamma = \gamma_j = 0.001 \ll \omega_j$.

В динамике ВЧ ДУС, находящейся под действием ближнего поля $\hat{F}(t)$ НЧ ДУС, наблюдаются сложные колебания Раби. Для достижения существенной инверсии поле $\hat{F}(t)$ должно оказывать резонансное воздействие на ВЧ ДУС. Такое резонансное взаимодействие может произойти во время цуга СО. Действительно, если соотношение $\Omega_F \Delta t \approx \pi$ выполняется, то инверсия должна достичь максимального значения за счет осцилляций Раби [120]. Здесь Δt - продолжительность цуга СО, Ω_F - эффективная частота Раби $\left(2(\Delta t)^{-1} \int_{\Delta t} F^2(t) dt\right)^{1/2}$ в ближнем поле НЧ ДУС. Поскольку увеличение длительности цуга СО обычно приводит к уменьшению амплитуды поля, что, в свою очередь, снижает частоту Раби, значение Ω_F должно быть достаточно большим.

Одним из способов увеличения частоты Раби является увеличение констант связи Ω_j . Однако максимальные значения, известные из эксперимента, $\Omega_j = 0.01$ [239], не позволяют достичь необходимой амплитуды для небольшого числа НЧ ДУС. Следовательно, большая частота Раби может быть достигнута лишь увеличением количества кластеров ДУС или количества ДУС в каждом кластере.

6.2.3 Получение сверхосциллирующего цуга

Найдем параметры, при которых возможно создание инверсии населенности ВЧ ДУС. Для этого оптимизируем целевую функцию $\langle D \rangle_{50-300} = \int_{50}^{300} D(t) dt / 250$, полагая, что частоты НЧ

ДУС изменяются в пределах: $0 < \omega_1, \dots, \omega_4 < 0.9$. В результате оптимизации получаем $\langle D \rangle_{50-300} = 0.485$ при следующих значениях параметров: $\omega_1 = 0.36$, $\omega_2 = 0.55$, $\omega_3 = 0.73$, $\omega_4 = 0.88$, и начальных значений: $\arg(\sigma_1) = 0.06$, $D_1(0) = 0.04$, $\arg(\sigma_2) = 0.20$, $D_2(0) = 0.00$, $\arg(\sigma_3) = 5.89$, $D_3(0) = 0.17$, $\arg(\sigma_4) = 4.73$, $D_4(0) = 0.08$.

Несмотря на то, что максимальная начальная энергия в системе достигается при инверсии населенности НЧ ДУС $D=1$, оптимальные значения D близки к нулю. Это происходит из-за необходимости увеличения частоты Раби, которая пропорциональна амплитуде поля. Максимальные значения полей НЧ ДУС пропорциональны $\sum_j \Omega_j$ и достигаются при $D_j(0) = 0$. Действительно, D и $|\sigma|$ взаимосвязаны. Для ДУС в чистом состоянии имеем $|\psi\rangle = C_e|e\rangle + C_g|g\rangle$, следовательно, $\sigma = C_g^* C_e$ и $D = |C_e|^2 - |C_g|^2$ по определению [120]. Используя условие $|C_e|^2 + |C_g|^2 = 1$, получаем $1 - D = 2|C_g|^2$ и, аналогично, $1 + D = 2|C_e|^2$. Как следствие, $1 - D^2 = 4|C_g^* C_e|^2 = 4|\sigma|^2$. Таким образом, максимальная амплитуда ближних полей достигается при $D_j(0) = 0$; в этом случае $|\sigma_j(0)| = 0.5$.

Динамика системы с параметрами, полученными в результате оптимизации, представлена на рис. 6.5а. Расчеты показывают, что в ближнем поле НЧ ДУС существует несколько цугов СО. Первый цуг длится от $t=0$ до $t=10\pi$ (рис. 6.5б). Его спектр показан на рис. 6.6. Видно, что преобладает гармоника с частотой $\omega_{SO} = 1$. Для сравнения на рис. 6.6 также приведен спектр для временного интервала без СО, где частота осцилляций ниже ω_{SO} .

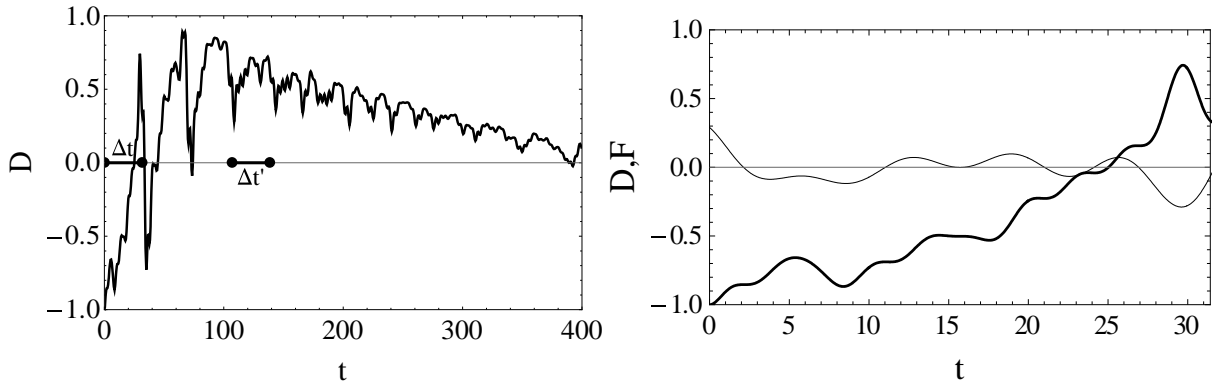


Рис. 6.5. а) динамика инверсии населенности ВЧ ДУС. Интервал Δt соответствует цугу СО, интервал $\Delta t'$ - типичный интервал без СО; б) динамика системы во время первой серии СО.

Жирной линией показана инверсия населенности ВЧ ДУС; тонкая линия соответствует

амплитуде поля, создаваемого НЧ ДУС в месте расположения ВЧ ДУС. Отметим, что

$$|F| \leq \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N 0.02 |\sigma_{ij}(t)| \leq 0.4.$$

Как видно из рис. 6.5, время возбуждения Δt_{exc} ВЧ ДУС примерно совпадает с длительностью цуга СО $\Delta t = 10\pi$, и примерно равно пяти периодам СО. Произведение $\Omega_F \Delta t_{exc}$ примерно равно 4.75, что находится в хорошем согласии с оценкой $\Omega_F \Delta t_{exc} \approx \pi$, следующей из теории осцилляций Раби [120] – именно за такое время резонансное поле должно менять инверсию населенности с -1 до 1.

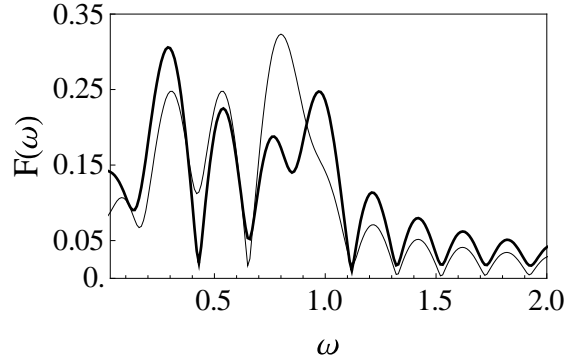


Рис. 6.6. Фурье спектр амплитуды поля F цуга СО при $\Delta t = [0, 10\pi]$ (толстая линия) и для интервала времени без СО, $\Delta t' = [34\pi, 44\pi]$ (тонкая линия).

ВЧ ДУС возбуждается до тех пор, пока длится цуг СО. Когда цуг СО заканчивается (см. рис. 6.6), колебания Раби прекращаются до начала следующей цуга СО. После окончания всех цугов ВЧ ДУС остается в возбужденном состоянии в течение времени, намного превышающего обратную частоту Раби (рис. 6.5а).

6.2.4 Взаимодействие с гармоническим осциллятором

Рассмотренное явление можно обобщить на случай взаимодействия ВЧ ДУС с квантовыми гармоническими осцилляторами, т.е. с многоуровневыми системами. Гамильтониан такой задачи можно записать как

$$H = \sum_{j=1}^n \hbar \omega_j \hat{a}_j^+ \hat{a}_j + \hbar \omega_{so} \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma} + \hbar (\hat{\sigma} + \hat{\sigma}^+) \hat{F}(t), \quad (6.7)$$

где \hat{a}_j и \hat{a}_j^+ – операторы уничтожения и рождения j -го квантового осциллятора, Ω_j – константы связи j -го осциллятора с ВЧ ДУС и $\hat{F}(t) = \sum_{j=1}^n \Omega_j (\hat{a}_j(t) + \hat{a}_j^+(t))$ – соответствующий ферстеровский оператор. Для описания данной системы запишем уравнения на средние значения $\langle \hat{D} \rangle = D$, $\langle \hat{\sigma} \rangle = \sigma$, и $\langle \hat{a}_j \rangle = a_j$. Подобно системе уравнений (6.6), получаем

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= -i\omega_{so}\sigma + iD \sum_{i=1}^n \Omega_i (a_i + a_i^*) - \gamma\sigma, \\ \dot{D} &= 2i(\sigma - \sigma^*) \sum_{i=1}^n \Omega_i (a_i + a_i^*) - 2\gamma(D+1), \\ \dot{a}_j &= -i\omega_j a_j - i\Omega_j (\sigma + \sigma^*) - \gamma_{aj} a_j.\end{aligned}\tag{6.8}$$

Уравнения (6.8) для четырех квантовых осцилляторов с начальными условиями, подобными описанной выше системе ДУС, дают динамику инверсии населенности ВЧ ДУС, очень похожую на ту, которая показана на рис. 6.5а-б.

Отметим, что вероятность передачи возбуждения от НЧ ДУС к ВЧ ДУС возможна лишь за счет явления свехосцилляций. Чтобы убедиться в этом, рассчитаем целевую функцию для большого набора различных начальных фаз ближних полей из интервала $[-\pi, \pi]$ с шагом $\pi/5$ и начальных инверсий населенностей из интервала $[-0.9, 0.9]$ с шагом 0.1 (инверсии населенностей НЧ ДУС при этом остаются равными друг другу). Всего получается 190000 конфигураций системы. Получено, что высокие значения инверсии населенностей наблюдаются в очень редких случаях, а максимальная достижимая инверсия населенности находится в интервале $[0.48, 0.50]$, где и наблюдаются СО (см. рис. 6.7).

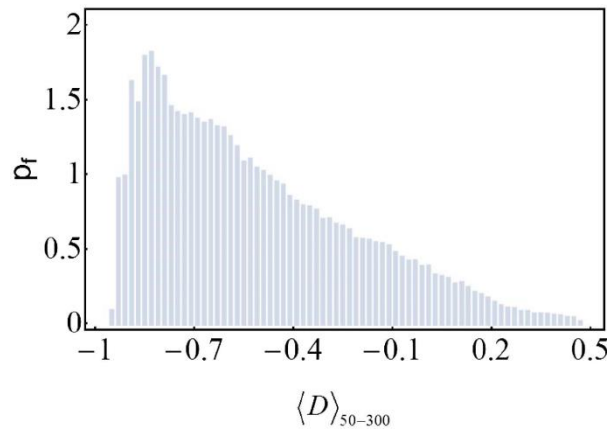


Рис. 6.7. Распределение 190000 различных конфигураций систем по значениям целевой функции $\langle D \rangle_{50-300}$.

6.2.5 Выводы

Показано, что ВЧ ДУС может быть инвертирована ближними полями затухающих НЧ ДУС. Это явление возникает из-за возбуждения резонансных колебаний Раби ВЧ ДУС под действием сверхосциллирующего цуга. После окончания цуга взаимодействие ближнего поля НЧ ДУС с ВЧ ДУС становится нерезонансным, и ВЧ ДУС остается в возбужденном состоянии в течение длительного времени. Аналогичное явление возможно при взаимодействии ВЧ ДУС с квантовыми осцилляторами. Следовательно, явление сверхосцилляций может быть хорошим кандидатом для объяснения механизма излучения биофотонов.

Заключение

В данной диссертации показано, что началу когерентной генерации на пороге лазерного излучения предшествует формирование особого локализованного состояния на предпороге генерации. Особое локализованное состояние характеризуется усиленной связью между возбужденными атомами и электромагнитными модами. Усиление связи приводит к увеличению скорости вынужденного излучения в особом состоянии и, в конечном итоге, к генерации. На предпороге генерации трансформация гибридизованных собственных состояний имеет черты исключительной точки, наблюдаемые в неэрмитовых системах. Особое состояние образуется, когда собственные частоты двух гибридных состояний сливаются или сближаются. Когда скорость накачки пересекает предпороговую величину, происходит формирование локализованного состояния, при этом время жизни особого состояния продолжает увеличиваться, в то время как время жизни всех прочих собственных состояний начинает уменьшаться. Следовательно, лишь локализованное состояние участвует в генерации. Таким образом, выше предпорога лазер переходит в одномодовый режим, где роль единственной моды играет локализованное состояние.

В диссертационной работе исследованы когерентные свойства усиленного спонтанного излучения (УСИ) как возможного источника некогерентного излучения для двухфотонной интерферометрии [5, 6]. Излучение от такого источника возникает за счет спонтанного излучения одиночных атомов, затем это излучение усиливается за счет вынужденных переходов инвертированных атомов, встречающихся на пути этого спонтанного излучения. В диссертации при помощи численного моделирования показано, что для УСИ $g^{(2)}(0)$ не зависит от мощности накачки и примерно равно двум, а следовательно, когерентные свойства УСИ близки к свойствам теплового излучения. Этот результат открывает путь к использованию УСИ в качестве источников света для двухфотонной интерферометрии.

Принято считать, что совокупность накачиваемых атомов без резонатора, обеспечивающего обратную связь, не может генерировать когерентное излучение. В диссертации показано, что межмодовое взаимодействие через активные атомы затягивает частоты мод свободного пространства к частоте перехода атомов, и тем самым приводит к уменьшению групповой скорости света в системе. Как следствие, взаимодействие ЭМ поля и активной среды значительно возрастает, и формируется обратная связь, благодаря чему становится возможной когерентная генерация даже в отсутствие резонатора. В диссертации также показано, что независимо от типа резонатора условие когерентной генерации является универсальным и определяется отношением ширины спектра активных частиц к произведению числа атомов и скорости спонтанного излучения в лазерной структуре. Показано, что резонатор

не играет решающей роли в генерации и лишь снижает порог за счет увеличения скорости излучения фотонов благодаря эффекту Парселла. Снижение порога может быть достигнуто в структуре без резонатора путем настройки локальной плотности состояний электромагнитного поля. Это открывает путь к созданию лазерных устройств на основе безрезонаторных систем.

В диссертации показано, что при периодическом изменении мощности накачки генерация когерентного излучения возможна даже в том случае, когда инверсия населенности активной среды отрицательна. Наличие когерентной генерации обусловлено наличием параметрической неустойчивости в лазере вблизи исключительной точки в пространстве параметров. Полученный результат открывает путь к созданию нового класса импульсных лазеров, работающих при отрицательной инверсии населенностей.

В диссертации предложен способ построения сверхосцилляций, близких к гармоническим. Показано, что энергия, необходимая для создания цуга сверхосцилляций, близких к гармоническим, экспоненциально растет как с ростом числа периодов в цуге, так и с увеличением частоты сверхосцилляций.

В рамках диссертации показано, что двухуровневый атом с высокой частотой перехода может быть инвертирован посредством ближнепольного взаимодействия с кластером возбужденных низкочастотных двухуровневых атомов или квантовых осцилляторов, частоты переходов которых значительно меньше. Это явление возникает из-за резонансной ферстеровской передачи энергии, возникающей во время цуга квантовых сверхосцилляций ближних полей низкочастотных двухуровневых атомов.

В заключение автор выражает благодарность научному руководителю Зябловскому Александру Андреевичу, а так же Виноградову Алексею Петровичу и Андрианову Евгению Сергеевичу.

Список литературы

1. Скалли М. О., Зубайри М. С. Квантовая оптика // . – 2003.
2. Genovese M. Real applications of quantum imaging // Journal of Optics. – 2016. – V. 18, № 7. – P. 073002.
3. Schwartz O., Levitt J. M., Tenne R., Itzhakov S., Deutsch Z., Oron D. Superresolution microscopy with quantum emitters // Nano letters. – 2013. – V. 13, № 12. – P. 5832-5836.
4. А.В. Белинский, Клышко Д. Н. Двухфотонная оптика: дифракция, голография, преобразование двумерных сигналов // ЖЭТФ. – 1994. – Т. 105, № 3. – С. 487-493.
5. Lyu M., Wang W., Wang H., Wang H., Li G., Chen N., Situ G. Deep-learning-based ghost imaging // Scientific reports. – 2017. – V. 7, № 1. – P. 1-6.
6. Afek I., Ambar O., Silberberg Y. High-NOON states by mixing quantum and classical light // Science. – 2010. – V. 328, № 5980. – P. 879-881.
7. Wiersma D. S. The physics and applications of random lasers // Nature physics. – 2008. – V. 4, № 5. – P. 359-367.
8. Berry M. V. Evanescent and real waves in quantum billiards and Gaussian beams // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 1994. – V. 27, № 11. – P. L391.
9. Aharonov Y., Anandan J., Popescu S., Vaidman L. Superpositions of time evolutions of a quantum system and a quantum time-translation machine // Physical review letters. – 1990. – V. 64, № 25. – P. 2965.
10. Ferreira P. J. S., Kempf A. Superoscillations: faster than the Nyquist rate // IEEE transactions on signal processing. – 2006. – V. 54, № 10. – P. 3732-3740.
11. Rogers E. T., Lindberg J., Roy T., Savo S., Chad J. E., Dennis M. R., Zheludev N. I. A superoscillatory lens optical microscope for subwavelength imaging // Nature materials. – 2012. – V. 11, № 5. – P. 432-435.
12. Wong A. M., Eleftheriades G. V. Adaptation of Schelkunoff's superdirective antenna theory for the realization of superoscillatory antenna arrays // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2010. – V. 9. – P. 315-318.
13. Jing H., Özdemir Ş. K., Geng Z., Zhang J., Lü X.-Y., Peng B., Yang L., Nori F. Optomechanically-induced transparency in parity-time-symmetric microresonators // Scientific reports. – 2015. – V. 5, № 1. – P. 1-7.

14. Peng B., Özdemir Ş., Rotter S., Yilmaz H., Liertzer M., Monifi F., Bender C., Nori F., Yang L. Loss-induced suppression and revival of lasing // *Science*. – 2014. – V. 346, № 6207. – P. 328-332.
15. Liu Y.-L., Wu R., Zhang J., Özdemir Ş. K., Yang L., Nori F., Liu Y.-x. Controllable optical response by modifying the gain and loss of a mechanical resonator and cavity mode in an optomechanical system // *Physical Review A*. – 2017. – V. 95, № 1. – P. 013843.
16. Zheludev N. I. What diffraction limit? // *Nature materials*. – 2008. – V. 7, № 6. – P. 420-422.
17. Brown R. H., Twiss R. Interferometry of the intensity fluctuations in light. II. An experimental test of the theory for partially coherent light // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. – 1958. – V. 243, № 1234. – P. 291-319.
18. Brown R. H., Twiss R. Q., surName g. Interferometry of the intensity fluctuations in light-I. Basic theory: the correlation between photons in coherent beams of radiation // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. – 1957. – V. 242, № 1230. – P. 300-324.
19. Pawlicki M., Collins H. A., Denning R. G., Anderson H. L. Two - photon absorption and the design of two - photon dyes // *Angewandte Chemie International Edition*. – 2009. – V. 48, № 18. – P. 3244-3266.
20. Albota M., Beljonne D., Brédas J.-L., Ehrlich J. E., Fu J.-Y., Heikal A. A., Hess S. E., Kogej T., Levin M. D., Marder S. R. Design of organic molecules with large two-photon absorption cross sections // *Science*. – 1998. – V. 281, № 5383. – P. 1653-1656.
21. Laser light dynamics. Light. / Haken H. – Oxford: North-Holland Physics Publishing 1985. Light. – 350 c .
22. Eisaman M. D., Fan J., Migdall A., Polyakov S. V. Invited Review Article: Single-photon sources and detectors // *Review of Science Instruments*. – 2011. – V. 82. – P. 071101.
23. Michler P., Kiraz A., Becher C., Schoenfeld W. V., Petroff P. M., Zhang L., Hu E., Imamoglu A. A quantum dot single-photon turnstile device // *Science*. – 2000. – V. 290, № 5550. – P. 2282-2285.
24. Yuan Z., Kardynal B. E., Stevenson R. M., Shields A. J., Lobo C. J., Cooper K., Beattie N. S., Ritchie D. A., Pepper M. Electrically driven single-photon source // *science*. – 2002. – V. 295, № 5552. – P. 102-105.
25. Scarcelli G., Valencia A., Shih Y. // *Phys. Rev. A*. – 2004. – V. 70. – P. 051802(R).
26. Cai Y., Zhu S.-Y. Ghost-imaging with incoherent and partially coherent light radiation // *Physical Review E*. – 2005. – V. 71. – P. 056607.

27. Ferri F., Magatti D., Gatti A., Bache M., Brambilla E., Lugiato L. A. High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – V. 94. – P. 183602.
28. Linear operators, part 1: general theory. / Dunford N., Schwartz J. T.: John Wiley & Sons, 1988.
29. Morse P. M., Feshbach H. Methods of theoretical physics // *American Journal of Physics.* – 1954. – V. 22, № 6. – P. 410-413.
30. Wylie C. R., Barrett L. C., Wylie C. R. Advanced engineering mathematics //. – 1960.
31. Introduction to linear algebra. / Strang G., Strang G., Strang G., Strang G.: Wellesley-Cambridge Press Wellesley, MA, 1993.
32. Heiss W. The physics of exceptional points // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical.* – 2012. – V. 45, № 44. – P. 444016.
33. Kato T. Perturbation theory for linear operators Springer-Verlag // Berlin-New York. – 1966.
34. Berry M., O'Dell D. Diffraction by volume gratings with imaginary potentials // *Journal of Physics A: Mathematical and General.* – 1998. – V. 31, № 8. – P. 2093.
35. Heiss W. Phases of wave functions and level repulsion // *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics.* – 1999. – V. 7, № 1. – P. 1-4.
36. Persson E., Rotter I., Stöckmann H.-J., Barth M. Observation of resonance trapping in an open microwave cavity // *Physical review letters.* – 2000. – V. 85, № 12. – P. 2478.
37. Dembowski C., Gräf H.-D., Harney H., Heine A., Heiss W., Rehfeld H., Richter A. Experimental observation of the topological structure of exceptional points // *Physical review letters.* – 2001. – V. 86, № 5. – P. 787.
38. Wenzel H., Bandelow U., Wunsche H.-J., Rehberg J. Mechanisms of fast self pulsations in two-section DFB lasers // *IEEE journal of quantum electronics.* – 1996. – V. 32, № 1. – P. 69-78.
39. Berry M. V. Mode degeneracies and the Petermann excess-noise factor for unstable lasers // *journal of modern optics.* – 2003. – V. 50, № 1. – P. 63-81.
40. Bender C. M., Boettcher S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having P T symmetry // *Physical Review Letters.* – 1998. – V. 80, № 24. – P. 5243.
41. Bender C. M., Brody D. C., Jones H. F. Complex extension of quantum mechanics // *Physical Review Letters.* – 2002. – V. 89, № 27. – P. 270401.

42. Mostafazadeh A. Pseudo-Hermiticity versus PT symmetry: the necessary condition for the reality of the spectrum of a non-Hermitian Hamiltonian // *Journal of Mathematical Physics*. – 2002. – V. 43, № 1. – P. 205-214.
43. Non-Hermitian quantum mechanics. / Moiseyev N.: Cambridge University Press, 2011.
44. El-Ganainy R., Makris K., Christodoulides D., Musslimani Z. H. Theory of coupled optical PT-symmetric structures // *Optics letters*. – 2007. – V. 32, № 17. – P. 2632-2634.
45. Makris K. G., El-Ganainy R., Christodoulides D., Musslimani Z. H. Beam dynamics in P T symmetric optical lattices // *Physical Review Letters*. – 2008. – V. 100, № 10. – P. 103904.
46. Klaiman S., Günther U., Moiseyev N. Visualization of branch points in p t-symmetric waveguides // *Physical review letters*. – 2008. – V. 101, № 8. – P. 080402.
47. Longhi S. Bloch Oscillations in Complex Crystals with P T Symmetry // *Physical review letters*. – 2009. – V. 103, № 12. – P. 123601.
48. Miri M.-A., Alu A. Exceptional points in optics and photonics // *Science*. – 2019. – V. 363, № 6422.
49. Zyablovsky A. A., Vinogradov A. P., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Lisyansky A. A. PT-symmetry in optics // *Physics-Uspekhi*. – 2014. – V. 57, № 11. – P. 1063.
50. Konotop V. V., Yang J., Zezyulin D. A. Nonlinear waves in PT-symmetric systems // *Reviews of Modern Physics*. – 2016. – V. 88, № 3. – P. 035002.
51. Feng L., El-Ganainy R., Ge L. Non-Hermitian photonics based on parity–time symmetry // *Nature Photonics*. – 2017. – V. 11, № 12. – P. 752-762.
52. Longhi S. Parity-time symmetry meets photonics: A new twist in non-Hermitian optics // *EPL (Europhysics Letters)*. – 2018. – V. 120, № 6. – P. 64001.
53. El-Ganainy R., Makris K. G., Khajavikhan M., Musslimani Z. H., Rotter S., Christodoulides D. N. Non-Hermitian physics and PT symmetry // *Nature Physics*. – 2018. – V. 14, № 1. – P. 11-19.
54. Haus H. A., Huang W. Coupled-mode theory // *Proceedings of the IEEE*. – 1991. – V. 79, № 10. – P. 1505-1518.
55. Yariv A. Coupled-mode theory for guided-wave optics // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. – 1973. – V. 9, № 9. – P. 919-933.
56. Gordon J., Kogelnik H. PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. – 2000. – V. 97, № 9. – P. 4541-4550.

57. Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram gratings // *Landmark Papers On Photorefractive Nonlinear Optics* World Scientific, 1995. – P. 133-171.
58. Aspelmeyer M., Kippenberg T. J., Marquardt F. Cavity optomechanics // *Reviews of Modern Physics*. – 2014. – V. 86, № 4. – P. 1391.
59. Quantum optics: an introduction. / Fox M.: OUP Oxford, 2006.
60. Matrix theory. / Franklin J. N.: Courier Corporation, 2012.
61. Stöckmann H.-J. Quantum chaos: an introduction // *Book Quantum chaos: an introduction* / Editor American Association of Physics Teachers, 2000.
62. Novotny L. Strong coupling, energy splitting, and level crossings: A classical perspective // *American Journal of Physics*. – 2010. – V. 78, № 11. – P. 1199-1202.
63. Rüter C. E., Makris K. G., El-Ganainy R., Christodoulides D. N., Segev M., Kip D. Observation of parity–time symmetry in optics // *Nature physics*. – 2010. – V. 6, № 3. – P. 192-195.
64. Liu Y., Xuan Y., Xue X., Wang P.-H., Chen S., Metcalf A. J., Wang J., Leaird D. E., Qi M., Weiner A. M. Investigation of mode coupling in normal-dispersion silicon nitride microresonators for Kerr frequency comb generation // *optica*. – 2014. – V. 1, № 3. – P. 137-144.
65. Ramelow S., Farsi A., Clemmen S., Levy J. S., Johnson A. R., Okawachi Y., Lamont M. R., Lipson M., Gaeta A. L. Strong polarization mode coupling in microresonators // *Optics letters*. – 2014. – V. 39, № 17. – P. 5134-5137.
66. Kim S., Han K., Wang C., Jaramillo-Villegas J. A., Xue X., Bao C., Xuan Y., Leaird D. E., Weiner A. M., Qi M. Dispersion engineering and frequency comb generation in thin silicon nitride concentric microresonators // *Nature communications*. – 2017. – V. 8, № 1. – P. 1-8.
67. Gao Z., Fryslie S. T., Thompson B. J., Carney P. S., Choquette K. D. Parity-time symmetry in coherently coupled vertical cavity laser arrays // *Optica*. – 2017. – V. 4, № 3. – P. 323-329.
68. Coldren L., Koch T. Analysis and design of coupled-cavity lasers-Part I: Threshold gain analysis and design guidelines // *IEEE journal of quantum electronics*. – 1984. – V. 20, № 6. – P. 659-670.
69. Berry M. V. Evanescent and real waves in quantum billiards and Gaussian beams // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 1994. – V. 27, № 11. – P. 391-398.
70. Aharonov Y., Albert D. Z., Vaidman L. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100 // *Physical Review Letters*. – 1988. – V. 60, № 14. – P. 1351-1354.

71. Berry M. V., Popescu S. Evolution of quantum superoscillations and optical superresolution without evanescent waves // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 2006. – V. 39, № 22. – P. 6965-5977.
72. Schelkunoff S. A. A Mathematical Theory of Linear Arrays // *The Bell System Technical Journal*. – 1943. – V. 22, № 1. – P. 80-107.
73. Wong A. M. H., Eleftheriades G. V. Adaptation of Schelkunoff's Superdirective Antenna Theory for the Realization of Superoscillatory Antenna Arrays // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. – 2010. – V. 9. – P. 315-318.
74. Wong A. M. H., Eleftheriades G. V. Superoscillatory Radar Imaging: Improving Radar Range Resolution Beyond Fundamental Bandwidth Limitations // *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*. – 2012. – V. 22, № 3. – P. 147-149.
75. Wong A. M. H., Eleftheriades G. V. Temporal Pulse Compression Beyond the Fourier Transform Limit // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2011. – V. 59, № 9. – P. 2173 - 2179.
76. Toraldo G., Francia D. Super-gain antennas and optical resolving power // *Il Nuovo Cimento*. – 1952. – V. 9. – P. 426-438.
77. Huang F. M., Kao T. S., Fedotov V. A., Chen Y., Zheludev N. I. Nanohole Array as a Lens // *Nano Letters*. – 2008. – V. 8, № 8. – P. 2469-2472.
78. Zheludev N. I. The next photonic revolution // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – V. 11, № 11. – P. 110202.
79. Huang F. M., Chen Y., de Abajo F. J. G., Zheludev N. I. Optical super-resolution through superoscillations // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2007. – V. 9, № 9. – P. 285-288.
80. Huang F. M., Zheludev N. I. Super-Resolution without Evanescent Waves // *Nano Lett.* – 2009. – V. 9, № 3. – P. 1249-1254.
81. Zheludev N. I. What diffraction limit? // *Nature Materials*. – 2008. – V. 7. – P. 420-422.
82. Rogers E. T. F., Zheludev N. I. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2013. – V. 15, № 9.
83. Kempf A., Ferreira P. J. S. G. Unusual properties of superoscillating particles // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 2004. – V. 37, № 50. – P. 12067-12076.
84. Barnett S. M., Berry M. V. Superweak momentum transfer near optical vortices // *Journal of Optics*. – 2013. – V. 15, № 12. – P. 6.

85. Ferreira P. J. S. G., Kempf A. Superoscillations: Faster Than the Nyquist Rate // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2006. – V. 54, № 10. – P. 3732-3740.
86. Ferreira P. J. S. G., Kempf A., Reis M. J. C. S. Construction of Aharonov–Berry's superoscillations // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2007. – V. 40, № 19. – P. 5141-5147.
87. Bender C. M., Boettcher S. // Phys. Rev. Lett. – 1998. – V. 80. – P. 5243.
88. C. M. Bender. // Rep. Prog. Phys. – 2007. – V. 70. – P. 947.
89. R. El-Ganainy, K. G. Makris, M. Khajavikhan, Z. H. Musslimani, S. Rotter, D. N. Christodoulides. // Nat. Phys. – 2018. – V. 14. – P. 11.
90. S. Longhi. // Europhys. Lett. – 2018. – V. 120. – P. 64001.
91. M.-A. Miri, A. Alù. // Science. – 2019. – V. 363. – P. eaar7709.
92. S. Özdemir, S. Rotter, F. Nori, L. Yang. // Nat. Mater. – 2019. – V. 18. – P. 783.
93. L. Feng, R. El-Ganainy, L. Ge. Non-Hermitian photonics based on parity-time symmetry // Nature Photon. – 2017. – V. 11. – P. 752.
94. M. V. Berry. // Czech. J. Phys. – 2004. – V. 54. – P. 1039.
95. Non-Hermitian Quantum Mechanics. / N. Moiseyev – Cambridge, U: Cambridge University Press, 2011.
96. Kleinwächter P., Rotter I. // Phys. Rev. C. – 1985. – V. 32. – P. 1742.
97. Rotter I. // Rep. Prog. Phys. – 1991. – V. 54. – P. 635.
98. E. Persson, I. Rotter, H. J. Stöckmann, M. Barth. // Phys. Rev. Lett. – 2000. – V. 85. – P. 2478.
99. P. Seba, I. Rotter, M. Muller, E. Persson, K. Pichugin. // Phys. Rev. E. – 2000. – V. 61. – P. 66.
100. I. Rotter, E. Persson, K. Pichugin, P. Seba. // Phys. Rev. E. – 2000. – V. 62. – P. 450.
101. J. Okołowicz, M. Płoszajczak, I. Rotter. // Phys. Rep. – 2003. – V. 374. – P. 271.
102. Y.-H. Lai, Y.-K. Lu, M.-G. Suh, Z. Yuan, K. Vahala. // Nature. – 2019. – V. 576. – P. 65.
103. H. Hodaei, A. U. Hassan, S. Wittek, H. Garcia-Gracia, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, M. Khajavikhan. // Nature. – 2017. – V. 548. – P. 187.
104. W. Chen, S. K. Ozdemir, G. Zhao, J. Wiersig, L. Yang. // Nature. – 2017. – V. 548. – P. 192.
105. N. A. Mortensen, P. A. D. Goncalves, M. Khajavikhan, D. N. Christodoulides, C. Tserkezis, C. Wolff. // Optica. – 2018. – V. 5. – P. 1342.
106. Z. Dong, Z. Li, F. Yang, C. W. Qui, J. S. Ho. // Nat. Electron. – 2019. – V. 2. – P. 335.

107. L. Feng, Z. J. Wong, R.-M. Ma, Y. Wang, X. Zhang. // *Science*. – 2014. – V. 346. – P. 972.
108. H. Hodaei, M.-A. Miri, M. Heinrich, D. N. Christodoulides, M. Khajavikhan. // *Science*. – 2014. – V. 346. – P. 975.
109. I. V. Doronin, A. A. Zyablovsky, E. S. Andrianov, A. A. Pukhov, A. P. Vinogradov. // *Phys. Rev. A*. – 2019. – V. 100. – P. 021801(R).
110. S. Longhi. PT-symmetric laser absorber // *Phys. Rev. A*. – 2010. – V. 82. – P. 031801.
111. Chong Y. D., Ge L., Stone A. D. PT-symmetry breaking and laser-absorber modes in optical scattering systems // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 106. – P. 093902.
112. B. Peng, Ş. K. Özdemir, S. Rotter, H. Yilmaz, M. Liertzer, F. Monifi, C. M. Bender, F. Nori, Yang L. // *Science*. – 2014. – V. 346. – P. 328.
113. H. Hodaei, M. A. Miri, A. U. Hassan, W. E. Hayenga, M. Heinrich, D. N. Christodoulides, M. Khajavikhan. // *Opt. Lett.* – 2015. – V. 40. – P. 4955.
114. M. Brandstetter, M. Liertzer, C. Deutsch, P. Klang, J. Schöberl, H. E. Türeci, G. Strasser, K. Unterrainer, S. Rotter. Reversing the pump dependence of a laser at an exceptional point // *Nat. Commun.* – 2014. – V. 5. – P. 4034.
115. M. Liertzer, L. Ge, A. Cerjan, A. D. Stone, H. E. Türeci, S. Rotter. Pump-induced exceptional points in lasers // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 108. – P. 173901.
116. Gu Z., Zhang N., Lyu Q., Li M., Xiao S., Song Q. Experimental demonstration of PT-symmetric stripe lasers // *Laser Photonics Rev.* – 2016. – V. 10, № 4. – P. 588-594.
117. K. G. Makris, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, Z. H. Musslimani. // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V. 100. – P. 103904.
118. Zyablovsky A. A., Andrianov E. S., Nechepurenko I. A., Dorofeenko A. V., Pukhov A. A., Vinogradov A. P. Approach for describing spatial dynamics of quantum light-matter interaction in dispersive dissipative media // *Phys. Rev. A*. – 2017. – V. 95. – P. 053835.
119. Quantum Electrodynamics. Course of Theoretical Physics. / V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii: Butterworth-Heinmann, 1982. Course of Theoretical Physics.
120. Quantum optics. / Scully M. O., Zubairy M. S. – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997.
121. An open systems approach to quantum optics / Carmichael H. – Berlin: Springer-Verlag, 1991. – 179 c.

122. Laser light dynamics. / H. Haken – Oxford, UK: North-Holland Physics Publishing, 1985.
123. Lasers. / A. E. Siegman – Mill Valley, CA: University Science Books, 1986.
124. An open systems approach to quantum optics. / H. Carmichael – Berlin: Springer-Verlag, 1991.
125. Wong Z. J., Xu Y. L., Kim J., O'Brien K., Wang Y., Feng L., Zhang X. Lasing and anti-lasing in a single cavity // *Nature Photon.* – 2016. – V. 10, № 12. – P. 796-801.
126. El-Ganainy R., Makris K. G., Christodoulides D. N., Musslimani Z. H. Theory of coupled optical PT-symmetric structures // *Opt. Lett.* – 2007. – V. 32. – P. 2632–2634.
127. S. Klaiman, U. Günther, N. Moiseyev. // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V. 101. – P. 080402.
128. A. Guo, G. J. Salamo, D. Duchesne, R. Morandotti, M. Volatier-Ravat, V. Aimez, G. A. Siviloglou, D. N. Christodoulides. // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 103. – P. 093902.
129. C. E. Ruter, K. G. Makris, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, M. Segev, D. Kip. // *Nat. Phys.* – 2010. – V. 6. – P. 192.
130. A. Regensburger, C. Bersch, M. A. Miri, G. Onishchukov, D. N. Christodoulides, U. Peschel. // *Nature.* – 2012. – V. 488. – P. 167.
131. B. Peng, Ş. K. Özdemir, F. Lei, F. Monifi, M. Gianfreda, G. L. Long, S. Fan, F. Nori, C. M. Bender, L. Yang. Parity-time-symmetric whispering-gallery microcavities // *Nature Phys.* – 2014. – V. 10. – P. 394.
132. A. A. Zyablovsky, A. P. Vinogradov, A. A. Pukhov, A. V. Dorofeenko, A. A. Lisyansky. // *Phys. Usp.* – 2014. – V. 57. – P. 1063.
133. A. V. Dorofeenko, A. A. Zyablovsky, A. A. Pukhov, A. A. Lisyansky, A. P. Vinogradov. // *Phys. Usp.* – 2012. – V. 55. – P. 1080.
134. I. V. Doronin, E. S. Andrianov, A. A. Zyablovsky, A. A. Pukhov, Y. E. Lozovik, A. P. Vinogradov, A. A. Lisyansky. // *Opt. Express.* – 2019. – V. 27. – P. 10991.
135. A. A. Zyablovsky, I. V. Doronin, E. S. Andrianov, A. A. Pukhov, Y. E. Lozovik, A. P. Vinogradov, Lisyansky A. A. // *Opt. Express.* – 2019. – V. 27. – P. 35376.
136. Lang R., Scully M. O., Jr Lamb W. E. Why is the laser line so narrow? A theory of single-quasimode laser operation // *Phys. Rev. A.* – 1973. – V. 7, № 5. – P. 1788.
137. Yuan Z., Kardynal B. E., Stevenson R. M., Shields A. J., Lobo C. J., Cooper K., Beattie N. S., Ritchie D. A., Pepper M. // *Science.* – 2002. – V. 295, № 5552. – P. 102-105.

138. Moreau P.-A., Toninelli E., Gregory T., Padgett M. J. Ghost imaging using optical correlations // *Laser & Phot. Review.* – 2017. – V. 17. – P. 143.
139. Valencia A., Scarcelli G., D'Angelo M., Shih Y. Two-Photon Imaging with Thermal Light // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – V. 94. – P. 063601.
140. Chen X.-H., Liu Q., Luo K.-H., Wu L.-A. Lensless ghost imaging with true thermal light // *Optics Letters.* – 2009. – V. 34. – P. 695-697.
141. Zhang D., Zhai Y. H., Wu L. A., Chen X. H. Correlated two photon imaging with true thermal light // *Optics Letters.* – 2005. – V. 30, № 18. – P. 2354.
142. von Blumenstein M. S. S. A. Classical ghost imaging with opto-electronic light sources: novel and highly incoherent concepts: D-17; Technische Universität Darmstadt, 2017. – 145 c.
143. Hartmann S., Elsässer W. A novel semiconductor-based, fully incoherent amplified spontaneous emission light source for ghost imaging // *Scientific Reports.* – 2017. – V. 7. – P. 41866.
144. Photodiode Amplifiers: OP AMP Solutions. / Graeme J. – New York, USA: McGraw-Hill, 1996.
145. OLED Display Fundamentals and Applications. / Tsujimura T. – New Jersey: Wiley, 2017.
146. Bhataley P., Mohindra R., Balaji S. Smart vehicular using Li Fi technology // *International conference on computation of power, energy information and communication (ICCPEIC)* 10.1109/ICCPEIC.2016.7557199 –IEEE Xplore, 2016. – P. 16268138.
147. Eaton S. W., Fu A., Wong A. B., Ning C.-Z., Yang P. Semiconductor nanowire lasers // *Nature Materials.* – 2016. – V. 1. – P. 16028.
148. Xing G., Mathews N., Lim S. S., Yantara N., Liu X., Sabba D., Grätzel M., Mhaisalkar S., Sum T. C. Low-temperature solution-processed wavelength-tunable perovskites for lasing // *Nature Materials.* – 2014. – V. 13. – P. 476-480.
149. Deschler F. // *J. Phys. Chem. Lett.* – 2014. – V. 5. – P. 1421–1426.
150. Yakunin S. // *Nature Commun.* – 2015. – V. 6. – P. 8056.
151. Zhu H., al. e. // *Nature Mater.* – 2015. – V. 14. – P. 636-642.
152. Nurmikko A. What future for quantum dot-based light emitters? // *Nature Nanotechnology.* – 2015. – V. 10. – P. 1001-1004.
153. Lasers. / Siegman A. E. – Mill Valley, CA: University Science Books, 1986. – 654 c.
154. Ganiel U., Hardy A., Neumaw G., Treves D. Amplified spontaneous emission and signal amplification in dye-laser systems // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* – 1975. – V. 11. – P. 881.

155. Yakunin S., Protesescu L., Krieg F., Bodnarchuk M. I., Nedelcu G., Humer M., De Luca G., Fiebig M., Heiss W., Kovalenko M. V. Low-threshold amplified spontaneous emission and lasing from colloidal nanocrystals of caesium lead halide perovskites // *Nature Commun.* – 2015. – V. 6. – P. 8056.
156. Blazek M., Hartmann S., Molitor A., Elsaesser W. Unifying intensity noise and second-order coherence properties of amplified spontaneous emission sources // *Optics Letters.* – 2011. – V. 36. – P. 3455-3457.
157. Boitier F., Godard A., Rosencher E., Fabre C. Measuring photon bunching at ultrashort timescale by two-photon absorption in semiconductors // *Nature Physics.* – 2009. – V. 5. – P. 267-270.
158. Statistical Physics. / Landau L. D., Lifshitz E. M. – Course of theoretical physics: Pergamon Press, 1980. – 387 c.
159. Weaver H., Williams D. R. W., Dieter N. H., Lum W. T. Observations of a strong unidentified microwave line and of emission from the OH molecule // *Nature.* – 1965. – V. 208. – P. 29-31.
160. Letokhov V. S. Laser action in stellar atmospheres // *IEEE J. Quantum Electron.* – 1972. – V. 8. – P. 615.
161. Astrophysical Lasers. / Letokhov V. S., S. J.: Oxford University Press, 2009.
162. Johnson M. A., Betz M. A., McLaren R. A., Sutton E. C., Townes C. H. Nonthermal 10 micron CO₂ emission lines in the atmospheres of Mars and Venus // *ApJ.* – 1976. – V. 208. – P. L145-L148.
163. Mumma M. J., al. e. Discovery of natural gain amplification in the 10-micrometer carbon dioxide laser bands on Mars: a natural laser // *Science.* – 1981. – V. 212. – P. 45-49.
164. Lavrinovich N. N., Letokhov V. S. The possibility of the laser effect in stellar atmospheres // *Sov. Phys. JETP.* – 1975. – V. 40. – P. 800-805.
165. Johansson S., Letokhov V. S. Radiative cycle with stimulated emission from atoms and ions in an astrophysical plasma // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – V. 90. – P. 011101.
166. Gatti A., Bache M., Magatti D., Brambilla E., Ferri F., Lugiato L. A. Coherent imaging with pseudo-thermal incoherent light // *J. Mod. Opt.* – 2006. – V. 53. – P. 739.
167. Letokhov V. S. Laser action in stellar atmospheres // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* – 1972. – V. 8. – P. 615.
168. Astrophysical Lasers. / Letokhov V. S., Johansson S.: Oxford University Press, 2009.

169. Johnson M. A., Betz M. A., McLaren R. A., Sutton E. C., Townes C. H. Nonthermal 10 micron CO₂ emission lines in the atmospheres of Mars and Venus // *Astrophysical Journal*. – 1976. – V. 208. – P. L145-L148.
170. Mumma M. J., Buhl D., Chin G., Deming D., Espenak F., Kostiuk T., Zipoy D. Discovery of natural gain amplification in the 10-micrometer carbon dioxide laser bands on Mars: a natural laser // *Science*. – 1981. – V. 212. – P. 45-49.
171. Yakunin S., Protesescu L., Krieg F., Bodnarchuk M. I., Nedelcu G., Humer M., De Luca G., Fiebig M., Heiss W., Kovalenko M. V. Low-threshold amplified spontaneous emission and lasing from colloidal nanocrystals of caesium lead halide perovskites // *Nature Communications*. – 2015. – V. 6. – P. 8056.
172. Zyablovsky A. A., Doronin I. V., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Lozovik Y. E., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Formation of positive feedback and coherent emission in a cavity-free system // *Opt. Express*. – 2019. – V. 27, № 24. – P. 35376-35384.
173. Roy Lang, Scully M. O., Willis E. Lamb J. Why is the laser line so narrow? A theory of single-qnasimode laser operation // *Phys. Rev. A*. – 1973. – V. 7, № 5. – P. 1788.
174. Pickering T., Hamm J. M., Page A. F., Wuestner S., Hess O. Cavity-free plasmonic nanolasing enabled by dispersionless stopped light // *Nature Communications*. – 2014. – V. 5. – P. 4972.
175. Dorofeenko A. V., Zyablovsky A. A., Pukhov A. A., Lisyansky A. A., Vinogradov A. P. Light propagation in composite materials with gain layers // *Phys. Usp.* – 2012. – V. 55. – P. 1080-1097.
176. Wiersma D. S., Lagendijk A. Light diffusion with gain and random lasers // *Phys. Rev. E*. – 1996. – V. 54. – P. 4256.
177. Cao H., Xu J. Y., Zhang D. Z., Chang S.-H., Ho S. T., Seelig E. W., Liu X., Chang R. P. H. Spatial Confinement of Laser Light in Active Random Media // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – V. 84. – P. 5584.
178. Cao H., Zhao Y. G., Ho S.-T., Seeling E. W., Wnag Q. H., Chang R. P. H. Random laser action in semiconductor powder // *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – V. 82, № 11. – P. 2278.
179. Wiersma D. S. The physics and applications of random lasers // *Nat. Phys.* – 2008. – V. 4, № 5. – P. 359.
180. Andreasen J., Asatryan A. A., Botten L. C., Byrne M. A., Cao H., Ge L., Labonte L., Sebbah P., Stone A. D., Tureci H. E., Vanneste C. Modes of Random Lasers // *Adv. Opt. Photonics*. – 2011. – V. 3, № 1. – P. 88-127.

181. Bergman D. J., Stockman M. I. Surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation: quantum generation of coherent surface plasmons in nanosystems // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – V. 90, № 2. – P. 027402.
182. Stockman M. I. The spaser as a nanoscale quantum generator and ultrafast amplifier // *J. Opt.* – 2010. – V. 12, № 2. – P. 024004.
183. Noginov M. A., Zhu G., Belgrave A. M., Bakker R., Shalae V. M., Narimanov E. E., Stout S., Herz E., Suteewong T., Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser // *Nature*. – 2009. – V. 460. – P. 1110-1113.
184. Oulton R. F., Sorger V. J., Zentgraf T., Ma R.-M., Gladden C., Dai L., Bartal G., Zhang X. Plasmon lasers at deep subwavelength scale // *Nature*. – 2009. – V. 461. – P. 629-632.
185. Pickering T., Hamm J. M., Page A. F., Wuestner S., Hess O. Cavity-free plasmonic nanolasing enabled by dispersionless stopped light // *Nat. Commun.* – 2014. – V. 5. – P. 4972.
186. Wuestner S., Pickering T., Hamm J. M., Page A. F., Pusch A., Hess O. Ultrafast dynamics of nanoplasmonic stopped-light lasing // *Faraday Discuss.* – 2015. – V. 178. – P. 307-324.
187. Zyablovsky A. A., Doronin I. V., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Lozovik Y. E., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Exceptional Points as Lasing Prethresholds // *Laser & Photonics Reviews*. – 2021. – P. 2000450.
188. Doronin I. V., Andrianov E. S., Zyablovsky A. A., Pukhov A. A., Lozovik Y. E., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Second-order coherence properties of amplified spontaneous emission // *Opt. Express*. – 2019. – V. 27, № 8. – P. 10991-11005.
189. Statistical methods in quantum optics 1: master equations and Fokker-Planck equations. / Carmichael H. J.: Springer Science & Business Media, 2013.
190. Optical coherence and quantum optics. / Mandel L., Wolf E.: Cambridge university press, 1995.
191. Generalized functions. / Gel'fand I. M., Shilov G. E. – Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 1964. – 423 c.
192. Ignatowsky W. Reflexion elektromagnetisches Wellen an einem Draht // *Annalen der Physik*. – 1905. – V. 323, № 13. – P. 495-522.
193. On the principle of limiting absorption / NEW YORK UNIV NY COURANT INST OF MATHEMATICAL SCIENCES. –, 1963.

194. Schulenberger J. R., Wilcox C. H. The limiting absorption principle and spectral theory for steady-state wave propagation in inhomogeneous anisotropic media // *Archive for Rational Mechanics and Analysis*. – 1971. – V. 41, № 1. – P. 46-65.
195. Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies // *Phys. Rev.* – 1946. – V. 69. – P. 681.
196. Shishkov V. Y., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Relaxation of interacting open quantum systems // *Phys. Usp.* – 2019. – V. 62, № 5. – P. 510.
197. Statistical methods in quantum optics 2: Non-classical fields. / Carmichael H. J.: Springer Science & Business Media, 2009.
198. Meiser D., Ye J., Carlson D., Holland M. Prospects for a millihertz-linewidth laser // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – V. 102, № 16. – P. 163601.
199. Bohnet J. G., Chen Z., Weiner J. M., Meiser D., Holland M. J., Thompson J. K. A steady-state superradiant laser with less than one intracavity photon // *Nature*. – 2012. – V. 484, № 7392. – P. 78-81.
200. Norcia M. A., Thompson J. K. Cold-strontium laser in the superradiant crossover regime // *Phys. Rev. X*. – 2016. – V. 6, № 1. – P. 011025.
201. Jin L., Pfender M., Aslam N., Neumann P., Yang S., Wrachtrup J., Liu R.-B. Proposal for a room-temperature diamond maser // *Nat. Commun.* – 2015. – V. 6, № 1. – P. 1-8.
202. Norcia M. A., Winchester M. N., Cline J. R., Thompson J. K. Superradiance on the millihertz linewidth strontium clock transition // *Sci. Adv.* – 2016. – V. 2, № 10. – P. e1601231.
203. Open resonators and open waveguides. / Weinstein L. A.: Golem Press, 1969.
204. Zyablovsky A., Nechepurenko I., Andrianov E., Dorofeenko A., Pukhov A., Vinogradov A., Lisyansky A. Optimum gain for plasmonic distributed feedback lasers // *Physical Review B*. – 2017. – V. 95, № 20. – P. 205417.
205. Nefedkin N. E., Zyablovsky A. A., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Vinogradov A. P. Mode cooperation in a two-dimensional plasmonic distributed-feedback laser // *ACS Photonics*. – 2018. – V. 5, № 8. – P. 3031-3039.
206. Beija M., Afonso C. A., Martinho J. M. Synthesis and applications of Rhodamine derivatives as fluorescent probes // *Chemical Society Reviews*. – 2009. – V. 38, № 8. – P. 2410-2433.
207. Baba T. Slow light in photonic crystals // *Nature photonics*. – 2008. – V. 2, № 8. – P. 465-473.

208. Lund-Hansen T., Stobbe S., Julsgaard B., Thyrestrup H., Sünner T., Kamp M., Forchel A., Lodahl P. Experimental realization of highly efficient broadband coupling of single quantum dots to a photonic crystal waveguide // *Physical review letters*. – 2008. – V. 101, № 11. – P. 113903.
209. Ek S., Lunnemann P., Chen Y., Semenova E., Yvind K., Mørk J. Slow-light-enhanced gain in active photonic crystal waveguides // *Nature Communications*. – 2014. – V. 5, № 1. – P. 1-8.
210. Xue W., Yu Y., Ottaviano L., Chen Y., Semenova E., Yvind K., Mørk J. Threshold characteristics of slow-light photonic crystal lasers // *Physical review letters*. – 2016. – V. 116, № 6. – P. 063901.
211. Saldutti M., Rasmussen T. S., Gioannini M., Mørk J. Theory of slow-light semiconductor optical amplifiers // *Optics Letters*. – 2020. – V. 45, № 21. – P. 6022-6025.
212. Bagchi B., Quesne C., Znojil M. Generalized continuity equation and modified normalization in PT-symmetric quantum mechanics // *Modern Physics Letters A*. – 2001. – V. 16, № 31. – P. 2047-2057.
213. Berry M. V. Physics of nonhermitian degeneracies // *Czechoslovak journal of physics*. – 2004. – V. 54, № 10. – P. 1039-1047.
214. Zyablovsky A., Andrianov E., Pukhov A. Parametric instability of optical non-Hermitian systems near the exceptional point // *Scientific reports*. – 2016. – V. 6, № 1. – P. 1-8.
215. Özdemir Ş. K., Rotter S., Nori F., Yang L. Parity–time symmetry and exceptional points in photonics // *Nature materials*. – 2019. – V. 18, № 8. – P. 783-798.
216. Scully M. O., Zhu S.-Y., Gavrielides A. Degenerate quantum-beat laser: Lasing without inversion and inversion without lasing // *Physical review letters*. – 1989. – V. 62, № 24. – P. 2813.
217. Nomura M., Kumagai N., Iwamoto S., Ota Y., Arakawa Y. Laser oscillation in a strongly coupled single-quantum-dot–nanocavity system // *Nature Physics*. – 2010. – V. 6, № 4. – P. 279-283.
218. Kockum A. F., Miranowicz A., De Liberato S., Savasta S., Nori F. Ultrastrong coupling between light and matter // *Nature Reviews Physics*. – 2019. – V. 1, № 1. – P. 19-40.
219. Melnikau D., Esteban R., Savateeva D., Sánchez-Iglesias A., Grzelczak M., Schmidt M. K., Liz-Marzán L. M., Aizpurua J., Rakovich Y. P. Rabi splitting in photoluminescence spectra of hybrid systems of gold nanorods and J-aggregates // *The journal of physical chemistry letters*. – 2016. – V. 7, № 2. – P. 354-362.
220. Forn-Díaz P., Lamata L., Rico E., Kono J., Solano E. Ultrastrong coupling regimes of light-matter interaction // *Reviews of Modern Physics*. – 2019. – V. 91, № 2. – P. 025005.

221. Makris K. G., Ge L., Türeci H. Anomalous transient amplification of waves in non-normal photonic media // *Physical Review X*. – 2014. – V. 4, № 4. – P. 041044.
222. Ландау Л., Лифшиц Е. Краткий курс теоретической физики. Книга 1. Механика. Электродинамика // М: Наука. – 1969.
223. Doronin I. V., Zyablovsky A. A., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Vinogradov A. P. Lasing without inversion due to parametric instability of the laser near the exceptional point // *Phys. Rev. A*. – 2019. – V. 100, № 2. – P. 021801(R).
224. Krause J., Scully M. O. Theory of the holographic laser: Correlated emission in a ring cavity // *Phys. Rev. A*. – 1987. – V. 36, № 4. – P. 1771.
225. Scully M. O. Correlated-emission laser gyroscope // *Phys. Rev. A*. – 1987. – V. 35, № 1. – P. 452.
226. Raja M. Y. A., Brueck S. R. J., Scully M. O., Lee C. Resonant periodic-gain surface-emitting semiconductor lasers and correlated emission in a ring cavity // *Phys. Rev. A*. – 1991. – V. 44, № 7. – P. 4599.
227. Ferreira P. J. S. G., Kempf A. The energy expense of superoscillations // 11th European Signal Processing Conference. – V. 2 – Toulouse, 2002. – P. 347-350.
228. Теория матриц. / Гантмахер Ф. Р. – 5 изд.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 560 с.
229. Gurwitsch A. Über Ursachen der Zellteilung // *Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen*. – 1922. – V. 52. – P. 167-181.
230. Gurwitsch A. Über den Begriff des Embryonalen feldes // *Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen*. – 1922. – V. 51. – P. 383-415.
231. Gurwitsch A. Die Natur des spezifischen Erregers der Zellteilung // *Archiv für mikroskopische Anatomie und Entwicklungsmechanik*. – 1923. – V. 100. – P. 11-40.
232. Integrative Biophysics: Biophotonics /. –: Springer, 2003.
233. VanWijk R. Bio-photons and Bio-communication // *Journal of Scientific Exploration*. – 2001. – V. 15, № 2. – P. 183-197.
234. Berry M. V. Evanescent and real waves in quantum billiards and Gaussian beams // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 1994. – V. 27. – P. 391-398.
235. Förster T. Energiewanderung und Fluoreszenz // *Naturwissenschaften*. – 1946. – V. 33. – P. 166-175.

236. Förster T. Intermolecular energy migration and fluorescence // *Biological Physics* / Mielczarek E. V. и др. – New York: AIP, 1993. – P. 148-160.
237. Electronic excitation energy transfer in condensed matter. / Agranovich V. M., Galanin M. D.: North-Holland, 1982.
238. Kolokolov A. A., Strotskiĭ G. V. Interference of reactive components of an electromagnetic field // *Soviet Physics Uspekhi*. – 1992. – V. 35.
239. Sekiguchi K., Yamaguchi S., Tahara T. Formation and Dissociation of Rhodamine 800 Dimers in Water: Steady-State and Ultrafast Spectroscopic Study // *Journal of Physical Chemistry A*. – 2006. – V. 110, № 8. – P. 2601-2606.